



УДК 624.074.415.624.072.2

© А. А. Иодчик, В. А. Кравчук, 2013

ИНЖЕНЕРНЫЙ РАСЧЕТ СТАЛЬНОЙ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ БАЛКИ

Иодчик А. А. – старший преподаватель кафедры «Строительные конструкции», e-mail: Minos@mail.khstu.ru; *Кравчук В. А.* – д-р техн. наук, проф. кафедры «Строительные конструкции», тел.: 37-51-82, e-mail: Kravchuk@mail.khstu.ru (ТОГУ)

Одним из методов проектирования эффективных металлических строительных конструкций является создание в них предварительных напряжений. Представлена методика инженерного расчета стальной предварительно напряженной балки двутаврового сечения.

One of methods of designing of effective metal building designs is creation in them of preliminary pressure. The technique of engineering calculation of steel preliminary intense beam двутаврового sections is presented.

Ключевые слова: предварительное напряжение, внутренние усилия, геометрические характеристики сечения, максимальные и критические напряжения, устойчивость стенки, суммарный прогиб балки.

Предварительно напряженная, стальная, сварная балка двутаврового сечения изготавливается изгибом тавра внешней нагрузкой, приложенной к поясу тавра, до появления в крайней нижней зоне стенки напряжений, равных расчетному сопротивлению малоуглеродистой стали с последующим присоединением к предварительно изогнутому тавру второго поясного листа.

Ставится задача рассчитать и законструировать предварительно напряженную шарнирно опертую балку пролетом l под равномерно распределенную погонную нагрузку q . Материал поясов – высокопрочная сталь с расчетным сопротивлением R_{yw} ; стенки – низкоуглеродистая сталь с расчетным сопротивлением R_y . Расчетная схема балки и эпюры внутренних усилий приведены на рис. 1.

1. Максимальный изгибающий момент и поперечная сила:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8}; \quad Q_{\max} = \frac{ql}{2}.$$

2. Требуемая площадь поперечного сечения будет равна:

$$A_{mp} = \sqrt[3]{\frac{M_{max}^2}{C^2 R_y^2 \lambda_w}},$$

где C – параметр, характеризующий несущую способность балки, значение C установлено в [1], $C = 0,417$ для данной балки, λ_w – гибкость стенки балки, принятая равной $\lambda_w = 200$.

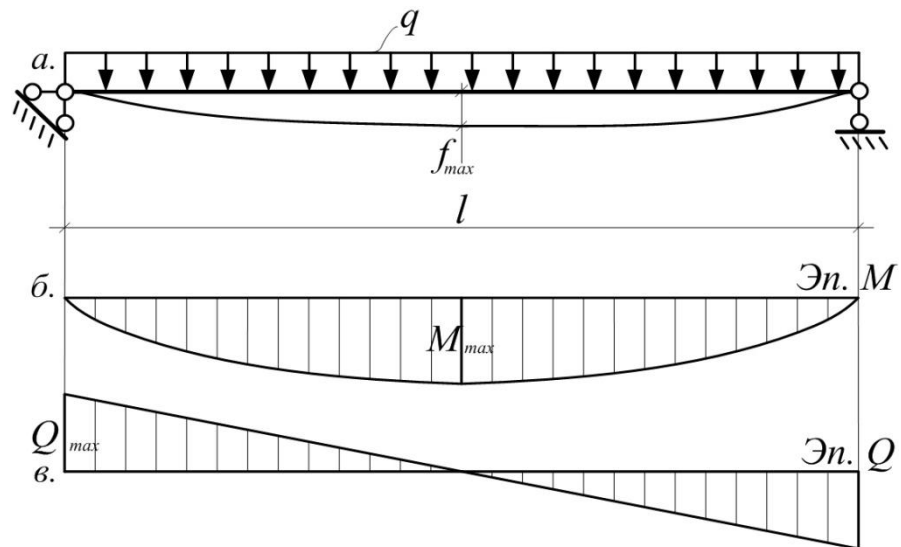


Рис. 1. Расчетная схема балки и эпюры внутренних усилий

а. Расчетная схема и максимальный прогиб балки; б. Эпюра изгибающих моментов; в. Эпюра поперечных сил

3. Площадь элементов сечения

– верхнего пояса: $A_{fv} = \gamma_{fv} A_{mp}$;

– стенки: $A_w = \gamma_w A_{mp}$;

– нижнего пояса: $A_{fn} = \gamma_{fn} A_{mp}$,

где A_{fv} ; A_w ; A_{fn} – площадь сечения верхнего пояса, стенки и нижнего пояса балки; γ_{fv} ; γ_w ; γ_{fn} – коэффициенты распределения материала по верхнему поясу, стенке и нижнему поясу балки. В [1] найдены оптимальные параметры распределения материала по стенке и поясам данной балки: $\gamma_w = 0,497$; $\gamma_{fv} = 0,29$; $\gamma_{fn} = 0,213$.

4. Высота стенки балки

– по прочности: $h_w = \sqrt{A_{mp} \gamma_w \lambda_w}$;

– по жесткости: $h_{min} = \frac{2,12 \cdot 10^{-4} \cdot l}{n_0}$,



где $n_0 = \frac{f_u}{l}$ – относительный прогиб, f_u – допускаемый прогиб в середине пролета балки.

5. Толщина стенки

– из условия гибкости: $t_w = \frac{h_w}{\lambda_w}$;

– из условия, что максимальные касательные напряжения воспринимает только стенка: $t_w = \frac{2,25Q_{\max}}{h_w R_y}$;

– из условия обеспечения требуемой площади сечения: $t_w = \frac{A_w}{h_w}$.

Толщину стенки балки принимаем по максимальной величине t_w .

6. Геометрические размеры верхнего пояса. Соотношение размеров, обеспечивающих местную устойчивость пояса:

$$\frac{t_{fv}}{b_f} = 0,01075 \sqrt{R_{yv} + \sigma_{fv}},$$

где R_{yv} – расчетное сопротивление высокопрочной стали $R_{yv} = 2R_y$; σ_{fv} – предварительные нормальные напряжения в верхнем поясе балки,

$$\sigma_{fv} = -R_y \frac{\kappa(1+2\kappa)}{2(\kappa+1)^2}, \quad \kappa = \frac{y_{2.1}}{y_{1.1}}$$
 – коэффициент асимметрии двутавра (рис. 2),

оптимальное значение которого для данной балки равно $\kappa_{opt} = 1,168$.

Отсюда находим, что толщина верхнего пояса $t_{fv} = 0,0135 \sqrt{R_y} \cdot b_f$. Учитывая, что b_f – это половина ширины верхнего пояса, из выражения для площади пояса можно записать $t_f = 6,5 / b_f$. Приравняв оба значения для t_f , получаем величины b_f и t_f . Площадь поперечного сечения верхнего пояса $A_{fv} = b_{fv} \cdot t_f$.

7. Принимая толщину нижнего пояса равной толщине верхнего пояса, имеем ширину нижнего пояса $b_{fn} = A_{fn} / t_f$.

8. Геометрические параметры и размеры сечения балки (см. рис. 2)

– центр тяжести: $y_{cm} = \frac{\sum S_{xi}}{\sum A} = \frac{A_{fv} \left(h - \frac{t_f}{2} \right) + A_w \frac{h_w}{2} + A_{fn} \frac{t_f}{2}}{A_{fv} + A_w + A_{fn}};$

– момент инерции сечения относительно оси $x-x$:

$$I_x = \frac{Ah^2}{(\kappa+1)^2} \frac{6\kappa - \gamma_w(\kappa+1)^2}{6},$$

где $A = A_{fv} + A_w + A_{fn}$ – площадь поперечного сечения балки;

– момент сопротивления крайней верхней точки балки:

$$W_{xv} = \frac{Ah}{(\kappa+1)} \frac{6\kappa - \gamma_{\omega}(\kappa+1)^2}{6};$$

– то же, крайней нижней точки балки:

$$W_{xn} = \frac{Ah}{(\kappa+1)} \frac{6\kappa - \gamma_{\omega}(\kappa+1)^2}{6\kappa};$$

– статический момент половины сечения:

$$S_x = A_{fv} \cdot y_{1.1} + \frac{t_w \cdot y_{1.1}^2}{2}.$$

9. Предварительные напряжения в балке равны

– в верхнем поясе: $\sigma_{fv} = -R_y \frac{\kappa(1+2\kappa)}{2(\kappa+1)^2};$

– в верхней зоне стенки: $\sigma_{wv} = R_y \frac{2+3\kappa}{2(\kappa+1)^2};$

– в нижней зоне стенки: $\sigma_{fn} = -R_y \frac{1}{2(\kappa+1)^2}.$

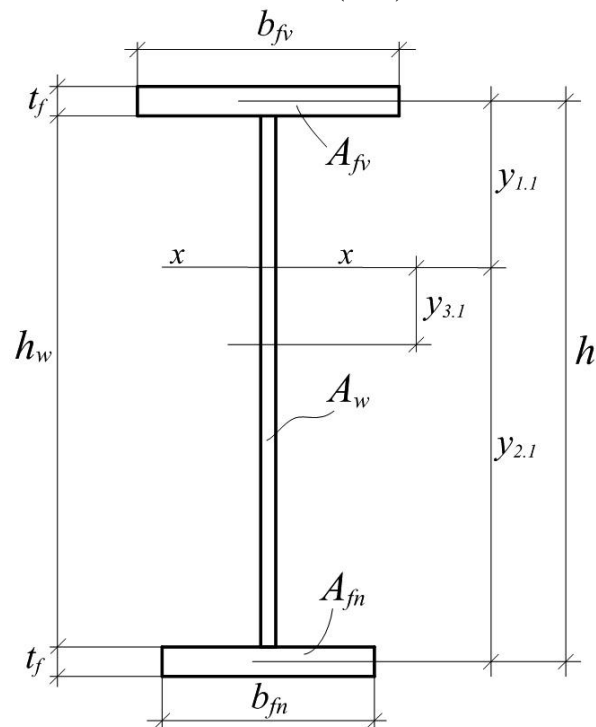


Рис. 2. Поперечное сечение балки

10. Напряжения, вызванные внешней нагрузкой находятся



– в крайних верхних фибрах сечения: $\sigma_{qv} = \frac{M_{\max}}{W_{xv}}$;

– крайних нижних фибрах сечения: $\sigma_{qn} = \frac{M_{\max}}{W_{xn}}$.

11. Результирующие напряжения в характерных точках сечения

– в верхнем поясе: $\sigma_{fv}^c = -\sigma_{qv} - \sigma_{fv}$;

– в нижнем поясе: $\sigma_{fn}^c = \sigma_{fn}$;

– в верхней зоне стенки: $\sigma_{wv}^c = -\sigma_{fv} + \sigma_{wv}$;

– в нижней зоне стенки: $\sigma_{wn}^c = \sigma_{qn} - \sigma_{wn}$.

12. Расстояние d от торца балки до первого промежуточного ребра жест-

кости будет равно: $d = t_w \sqrt{\frac{10,3E}{R_y}}$, где E – модуль упругости стали.

13. Устойчивость стенки балки в зоне действия максимальных касательных напряжений согласно [2] определяется из выражения:

$$\tau_{cr} = 10,3 \left(1 + \frac{0,76}{\mu^2} \right) \frac{12,18 t_w^2 E}{d^2 R_y}.$$

Максимальные касательные напряжения: $\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_x}{I_x t_w}$.

Устойчивость стенки в зоне максимальных касательных напряжений будет обеспечена при выполнении условия $\tau_{cr} > \tau_{\max}$.

14. Устойчивость стенки в зоне максимальных нормальных напряжений:

$$\sigma_{cr} = \frac{D \pi^2 \left(\frac{h}{d} + \frac{d}{h} \right)^2}{h^2 t_w} \frac{1}{1 - \alpha/2},$$

где D – цилиндрическая жесткость стенки $D = \frac{E t_w^2}{12(1 - \nu^2)}$; $\nu = 0,3$ – коэффициент Пуассона; коэффициент $\alpha = \frac{\sigma_{qv} + \sigma_{qn}}{\sigma_{qv}}$.

15. Устойчивость стенки балки при совместном действии нормальных и касательных напряжений.

Согласно [3] следует проверить устойчивость стенки балки в зоне между центрами тяжести половинных эпюр моментов и поперечной силы (рис. 3). Принимаем параболическое очертание эпюры изгибающих моментов. Центр тяжести полупараболы находится на расстоянии $5l/16$ от оси опоры балки. Изгибающий момент на указанном расстоянии будет равен:

$$M_2 = \frac{ql}{2} \frac{5l}{16} - \frac{q}{2} \left(\frac{5l}{16} \right)^2 = \frac{55ql^2}{512}.$$

Изгибающий момент в центре тяжести эпюры поперечных сил на расстоянии $l/6$ от оси опоры балки:

$$M_1 = \frac{ql}{2} \frac{l}{6} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{6} \right)^2 = \frac{5ql^2}{72}.$$

Среднее значение момента: $M_{cp} = \frac{M_1 + M_2}{2} = 0,0884ql^2.$

Среднее напряжение: $\sigma_{cp} = \frac{M_{cp}}{W_x}$, где $W_x = \frac{W_{xv} + W_{xn}}{2}.$

С учетом предварительного напряжения результирующие максимальные напряжения в стенке будут равны $\sigma_w^r = \sigma_{cp} - \sigma_{wv}.$

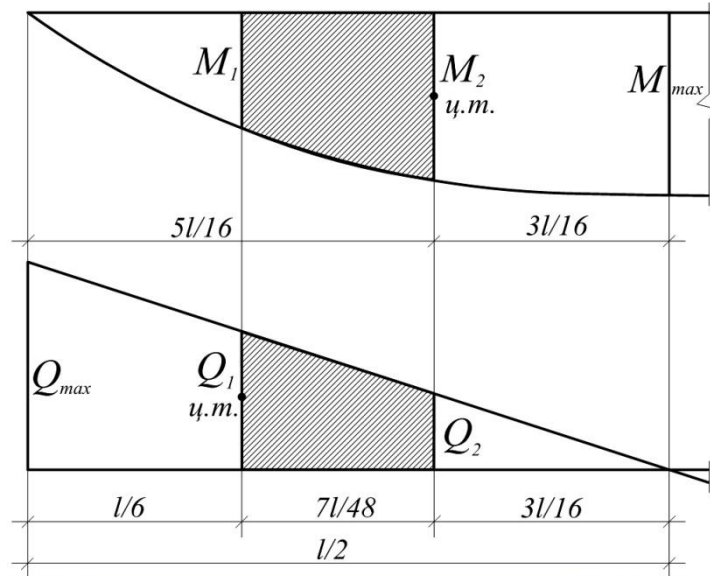


Рис. 3. Границы расчетной области балки при проверке устойчивости стенки

Поперечная сила на расстоянии $l/6$ от оси опоры балки:

$$Q_1 = \frac{ql}{2} - \frac{ql}{6} = \frac{ql}{3}.$$

Аналогично, на расстоянии $5l/16$ от оси опоры балки:

$$Q_2 = \frac{ql}{3} + \frac{5ql}{16} = \frac{3ql}{16}.$$

Средняя перерезывающая сила: $Q_{cp} = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = 0,26ql.$



Среднее касательное напряжение: $\tau_{cp} = \frac{Q_{cp} S_x}{I_x t_w}$.

Устойчивость стенки балки проверяется формулой:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{cp}}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{cp}}{\tau_{sr}}\right)^2} \leq \gamma_c, \text{ где } \gamma_c - \text{коэффициент условий работы балки.}$$

16. Прогиб балки:

– обратный выгиб балки на стадии предварительного напряжения:

$$f_0 = \frac{Pa}{24EI_x} (3l^2 - 8a^2),$$

где P – величина сосредоточенной силы, изгибающей тавр на стадии изготовления балки (тавр изгибается двумя сосредоточенными силами P , так что по сечению элемента возникает зона чистого сдвига и чистого изгиба); a – расстояние от оси опоры балки до сосредоточенной силы P .

– прогиб балки от внешней нагрузки q :

$$f_q = 0,309 \frac{R_y l^2}{Eh}$$

– результирующий максимальный прогиб балки (рис. 1):

$$f_{max} = f_q - f_0 = \frac{R_y}{Eh} (0,213l^2 + 0,256a^2)$$

Прогиб балки находится в пределах допустимых перемещений конструкции, если выполняется условие $f_{max} \leq f_u$.

17. Масса балки

– масса поясов (верхнего и нижнего): $m_f = A(\gamma_{fv} + \gamma_{fn}) \rho_{cm} l$,

где $\rho_{cm} = 7850 \text{ кг/м}^3$ – объемный вес стали.

– масса стенки балки: $m_w = A \gamma_w \rho_{cm} l$;

– масса промежуточного ребра жесткости: $m_r = h_r b_r t_r \rho_{cm}$;

– масса опорного ребра балки: $m_r^{on} = h_r^{on} b_r^{on} t_r^{on} \rho_{cm}$,

где h_r – высота ребра жесткости; b_r – ширина ребра жесткости; t_r – толщина ребра жесткости; h_r^{on} – высота опорного ребра; b_r^{on} – ширина опорного ребра; t_r^{on} – толщина опорного ребра.

– суммарная масса балки:

$$m_{балки} = \sum m_i = m_f + m_w + n m_r + 2 m_r^{on} + m_{св},$$

где n – количество промежуточных ребер жесткости; $m_{св}$ – масса сварных швов $m_{св} = 0,015(m_f + m_w + n m_r + 2 m_r^{on})$.

Пример расчета балки:

Пролетом балки $l = 6$ м; $q = 0,6$ кН/см; $R_{y_1} = 23$ кН/см²; $R_{y_2} = 46$ кН/см².

$$M_{\max} = \frac{0,6 \cdot 600^2}{8} = 27000 \text{ кНсм}; \quad Q_{\max} = \frac{0,6 \cdot 600}{2} = 180 \text{ кН}.$$

$$A_{mp} = \sqrt[3]{\frac{27000^2}{0,417^2 \cdot 23^2 \cdot 200}} = 34,1 \text{ см}^2.$$

$$A_{fv} = 0,29 \cdot 34,1 = 9,89 \text{ см}^2; \quad A_{fn} = 0,213 \cdot 34,1 = 7,26 \text{ см}^2;$$

$$A_w = 0,497 \cdot 34,1 = 16,95 \text{ см}^2.$$

$$h_w = \sqrt{34,1 \cdot 0,497 \cdot 200} = 58 \text{ см}; \quad h_{\min} = \frac{2,12 \cdot 10^{-4} \cdot 600^2}{3} = 25,4 \text{ см}.$$

Принимаем высоту стенки балки $h_w = 58$ см, $A_w = 58 \cdot 0,3 = 17,4 \text{ см}^2$.

$$t_w = \frac{58}{200} = 0,29 \text{ см}; \quad t_w = \frac{2,25 \cdot 180}{58 \cdot 23} = 0,3 \text{ см}; \quad t_w = \frac{17}{58} = 0,293 \text{ см}.$$

Толщину стенки балки принимаем $t_w = 0,3$ см.

$$t_{fv} / b_f = 0,01075 \sqrt{46 - 9,53} = 0,0649;$$

$$b_{ef} = \sqrt{6,5 / 0,0649} \approx 10 \text{ см}; \quad b_f = 2b_{ef} = 20 \text{ см}; \quad t_f = 0,0649 \cdot 10 \approx 0,7 \text{ см}.$$

$$A_{fv} = 20 \cdot 0,7 = 14 \text{ см}^2; \quad b_{fn} = 8 / 0,7 \approx 12 \text{ см}; \quad A_{fn} = 12 \cdot 0,7 = 8,4 \text{ см}^2.$$

$$y_{um} = \frac{14(59,4 - 0,35) + 17,4 \cdot 29 + 8,4 \cdot 0,35}{14 + 17,4 + 8,4} = 33,5 \text{ см}.$$

$$I_x = \frac{39,8 \cdot 59,4^2}{(1,168 + 1)^2} \cdot \frac{6 \cdot 1,168 - 0,497(1,168 + 1)^2}{6} = 23266 \text{ см}^4;$$

$$W_{xv} = \frac{39,8 \cdot 59,4}{(1,168 + 1)} \cdot \frac{6 \cdot 1,168 - 0,497(1,168 + 1)^2}{6} = 849 \text{ см}^3;$$

$$W_{xn} = \frac{39,8 \cdot 59,4}{(1,168 + 1)} \cdot \frac{6 \cdot 1,168 - 0,497(1,168 + 1)^2}{6 \cdot 1,168} = 727 \text{ см}^3;$$

$$S_x = 14 \cdot 25,55 + \frac{0,3 \cdot 25,55^2}{2} = 456 \text{ см}^3.$$

Библиографические ссылки

1. Иодчик А.А., Кравчук В.А. Тонкостенная стальная балка, предварительно напряженная изгибом тавра // Вестник гражданских инженеров. - 2009. - 1(18)
2. Кравчук В.А. Конструкции, предварительно напряженные без затяжек. Оптимальное проектирование. Хабаровск. Издательство ТОГУ, 2010.
3. Кравчук В.А. Применение предварительно напряженных стальных балок в качестве ригелей каркаса высотного здания // Вестник Тихоокеанского государственного университета. - 2011. - № 1(20).