



УДК 681.5.013

© С. В. Стельмащук, 2013

НАСТРОЙКА ПИД-РЕГУЛЯТОРА ПО КРИВОЙ РАЗГОНА ОБЪЕКТА С САМОВЫРАВНИВАНИЕМ ДЛЯ МАКСИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ЗАДАНЫМ ПЕРЕРЕГУЛИРОВАНИЕМ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТА МОДЕЛЬЮ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Стельмащук С. В. – канд. техн. наук, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок», e-mail: rukdpsv@ Rambler.ru (КНвГТУ)

В работе выводятся формулы для более точной настройки, чем по методу Чина-Хронеса-Ресвика, ПИД-регулятора по кривой разгона объекта с самовыравниванием. Новые формулы позволяют задавать произвольное значение перерегулирования. Настройка основывается на идее замены моделью не только объекта управления, но и системы автоматического управления некоторой упрощённой желаемой моделью в виде колебательного звена.

The formulas for a more precise tuning than according to the Chien-Hrones-Reswick method are derived in the paper for the PID-controller by using the reaction curve of an object with self-regulation. New formulas allow one to specify any value of the overshoot. Tuning is based on the idea to replace with the model not only the control object but also the automatic control system by a simplified prospective model in the form of the oscillatory element.

Ключевые слова: система автоматического управления, ПИД-регулятор, настройка по кривой разгона, частотные показатели качества, перерегулирование.

Введение

Для настройки промышленных контроллеров используются формульные методы Зиглера-Никольса (Ziegler-Nichols) или Чина-Хронеса-Ресвика (Chien-Hrones-Reswick), позволяющие осуществлять настройку по кривой разгона, полученной по экспериментальным данным объекта управления. Методы зарекомендовали себя простотой использования и часто применяются для настройки регуляторов автоматизированного электропривода. При условии больших моментов инерции исполнительного механизма, переходные процессы регулируемого электропривода имеют аperiodический характер. Поэтому в системах автоматического управления (САУ) скоростью регу-

лируемый электропривод можно рассматривать как объект с самовыравниванием и к ним могут быть применимы известные формульные методы.

Последний из них позволяет задавать одно из двух фиксированных значений перерегулирования (0% или 20%). Использование таких объектов управления как регулируемый электропривод набор фиксированных значений перерегулирования далеко не всегда отражает технологические требования к его качеству работы. В данной статье решается задача получить формулы для настройки ПИД-регулятора по кривой разгона объекта управления с самовыравниванием для произвольного значения перерегулирования (диапазоне от 0% до 30%) и максимальным быстродействием.

Исходная задача

Задана передаточная функция модели объекта, полученной в результате идентификации объекта регулирования [1]:

$$W_o(p) = \frac{K_o}{T_o p + 1} e^{-\tau_o p},$$

где K_o , T_o , τ_o – обобщённые коэффициент усиления, постоянная времени и время запаздывания модели объекта первого порядка.

Определить параметры ПИД-регулятора для обеспечения максимального быстродействия САУ при ограничении на перерегулирование требуемым значением $\sigma^{\text{од}}$.

Формализация задачи

Настраиваемой САУ ставится в соответствие желаемая модель с передаточной функцией в виде колебательного звена второго порядка (упрощённая желаемая модель САУ) [2]. Представляя объект управления идентификационной моделью, САУ в разомкнутом состоянии должна соответствовать равенству

$$W_r(p)W_o(p) \approx W_i(p),$$

где $W_r(p) = \beta \frac{(\tau_1 p + 1)(\tau_2 p + 1)}{p}$ – передаточная функция ПИД-регулятора,

$\tau_1 > \tau_2$; $W_i(p) = \frac{1}{2\xi_i T_i p \left(\frac{T_i}{2\xi_i} p + 1 \right)}$ – передаточная функция колебательного

звена в разомкнутом состоянии.

Параметры упрощённой желаемой модели T_i и ξ_i , а также её частотные показатели (частота среза $\omega_{\tilde{n}}$ и значение фазы $\varphi_{\tilde{n}}$ при частоте среза) определяются исходя из технологических требований к показателям качества (время регулирования и перерегулирование) [2]. Поскольку показатели каче-



ства взаимно исключаемы, а возможности регулятора структурно ограничены, то задача ставится именно как минимизация времени регулирования при ограничении на перерегулирование.

Для решения этой задачи формулируется критерий: САУ должна иметь такие же значения по определённым показателям качества в частотной области, что и соответствующие показатели упрощённой желаемой модели. Методика настройки ПИД-регулятора основывается на методе логарифмических амплитудных характеристик [3]. В качестве частотных показателей используются: $\omega_{\bar{n}}$, $\varphi_{\bar{n}}$ и добротность по скорости K_v . Необходимым и достаточным условием является нахождение фазовой характеристики вне запретной зоны [3]. Поэтому накладывается дополнительный частотный показатель – значение производной фазы при частоте среза $\varphi'_{\bar{n}}$. Таким образом, параметры ПИД-регулятора определяются решением системы алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} |W_o(j\omega_c)| \cdot |W_r(j\omega_c, \beta, \tau_1, \tau_2)| &= 1; \\ \varphi_o(\omega_c) + \varphi_r(\omega_c, \beta, \tau_1, \tau_2) &= \varphi_c; \\ \varphi'_o(\omega_c) + \varphi'_r(\omega_c, \beta, \tau_1, \tau_2) &= \varphi'_c; \\ \beta K_o &= K_v, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\varphi_{\bar{n}} = -\arccos(2\xi_i^2 - \sqrt{1 + 4\xi_i^4})$; (2)

$$\varphi'_{\bar{n}} = - \left. \frac{2\dot{O}_i \xi_i}{\omega^2 \dot{O}_i^2 + 4\xi_i^2} \right|_{\omega=\omega_{\bar{n}}} = - \frac{\sin(2\varphi_{\bar{n}})}{2\omega_{\bar{n}}};$$

$$K_v = \left. \frac{1}{2\xi_i \dot{O}_i} \right|_{\omega=\omega_{\bar{n}}} = - \frac{\omega_{\bar{n}}}{\sin(\varphi_c)}.$$

Система (1) состоит из четырёх нелинейных уравнений и имеет четыре неизвестных: параметры ПИД-регулятора β , τ_1 , τ_2 и частота среза $\omega_{\bar{n}}$. В силу нелинейности система имеет несколько решений. Необходимо получить решения для параметров ПИД-регулятора, соответствующие решению с максимальным значением частоты среза. Это решение соответствует максимальному быстродействию. Заданными переменными в системе (1) являются: параметры модели объекта K_o , T_o , τ_o и значение фазы при частоте среза $\varphi_{\bar{n}}$, которое определяется требуемым значением перерегулирования [2]:

$$\xi_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln(\sigma^{mp})} \right)^2}}.$$

Подставляя в систему уравнений (1) выражения для её членов получим исходную систему уравнений в полном виде

$$\frac{K_o}{\sqrt{1+T_o^2\omega_c^2}} \cdot \frac{\beta\sqrt{(1+\tau_1^2\omega_c^2)(1+\tau_2^2\omega_c^2)}}{\omega_c} = 1; \quad (3)$$

$$-\arctan(T_o\omega_c) - \tau_o\omega_c + \arctan\left(\frac{\omega_c^2\tau_1\tau_2 - 1}{\omega_c(\tau_1 + \tau_2)}\right) = \varphi_c; \quad (4)$$

$$-\tau_o - \frac{T_o}{T_o^2\omega_c^2 + 1} + \frac{(\tau_1\tau_2\omega_c^2 + 1)(\tau_1 + \tau_2)}{(1 + \tau_1^2\omega_c^2)(1 + \tau_2^2\omega_c^2)} = -\frac{\sin(2\varphi_c)}{2\omega_c}; \quad (5)$$

$$\beta K_o = -\frac{\omega_c}{\sin(\varphi_c)}. \quad (6)$$

Система уравнений (3-6) является трансцендентной и для её решения использовались преобразования и упрощения некоторых членов. Для этого проводился вычислительный эксперимент, который представлял собой численное решение системы уравнений (3-6) для диапазона заданных параметров модели объекта и перерегулирования:

$$0,01 \leq \frac{\tau_o}{T_o} \leq 0,25; \quad 0 \leq \sigma^{mp} \leq 0,3. \quad (7)$$

Диапазон заданных параметров модели объекта определены исходя из технических особенностей электроприводов при малых приращениях задающих воздействий. Диапазон заданного перерегулирования определён в соответствии с общими технологическими требованиями.

Результатом вычислительного эксперимента были двумерные матрицы данных неизвестных параметров. После упрощения исходной системы уравнений (3-6), осуществлялись исследования, в которых производились решения упрощённой системы уравнений для диапазона заданных параметров (7) и сравнивались с решениями исходной системы уравнений. По результатам сравнения оценивается приемлемость упрощения. Упрощение является приемлемым, если погрешность между значениями параметров регулятора, полученных решением исходной системы уравнений (3-6) и упрощённой системы, составит не более 10%.

Анализируя данные вычислительного эксперимента, без существенной погрешности, можно осуществить некоторые преобразования и допустить следующие упрощения:

1. выразим β из (6) и подставим в (3);
2. из (1) выразим $(1 + \tau_1^2\omega_c^2)(1 + \tau_2^2\omega_c^2) = (1 + T_o^2\omega_c^2)\sin^2(\varphi_c)$ и подставим в (5);



3. в (4) заменим тригонометрическую функцию ФЧХ модели объекта приближённым вычислением для $T_o \omega_c > 1$ [4]

$$\arctan(T_o \omega_c) = \frac{\pi}{2} - \frac{32 T_o \omega_c}{32 T_o^2 \omega_c^2 + 9}.$$

4. в (4) заменим ФЧХ ПИД-регулятора в силу малости аргумента ($\arctan(\alpha) \approx \alpha$)

$$\arctan\left(\frac{\omega_c^2 \tau_1 \tau_2 - 1}{\omega_c (\tau_1 + \tau_2)}\right) \approx \frac{\omega_c^2 \tau_1 \tau_2 - 1}{\omega_c (\tau_1 + \tau_2)}.$$

5. в силу $T_o^2 \omega_c^2 \gg 1$, можно допустить, что $1 + T_o^2 \omega_c^2 \approx T_o^2 \omega_c^2$ и $32 T_o^2 \omega_c^2 + 9 \approx 32 T_o^2 \omega_c^2$;

6. в силу $\tau_1^2 \omega_c^2 \gg 1$ и $\tau_1 \gg \tau_2$, можно допустить, что $1 + \tau_1^2 \omega_c^2 \approx \tau_1^2 \omega_c^2$ и $\tau_1 + \tau_2 \approx \tau_1$.

С учётом всех преобразований и упрощений получим следующую упрощённую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_1^2 (1 + \tau_2^2 \omega_n^2)}{T_o^2} &= \sin^2(\varphi_c); \\ \frac{1}{T_o \omega_c} - \frac{\pi}{2} - \tau_o \omega_c + \frac{\omega_c^2 \tau_1 \tau_2 - 1}{\omega_c \tau_1} &= \varphi_c; \\ -\tau_o - \frac{1}{T_o \omega_c^2} + \frac{(\tau_1 \tau_2 \omega_c^2 + 1) \tau_1}{T_o^2 \omega_c^2 \sin^2(\varphi_c)} &= -\frac{\sin(2\varphi_c)}{2\omega_c}. \end{aligned}$$

Далее, упрощённая система уравнений решается выражением и подстановкой неизвестных, а также дальнейшим упрощением с приемлемой погрешностью. В результате получим выражения для частоты среза и параметров ПИД-регулятора:

$$\omega_c = -\frac{\left(\varphi_c + \frac{\pi}{2}\right) \left(8\tau_o + 3T_o \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2}\right) \left(\sin(2\varphi_c) + 2\left(\varphi_c + \frac{\pi}{2}\right)\right)\right)}{\tau_o \left(6\tau_o + 2T_o \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2}\right) \left(\sin(2\varphi_c) + 2\left(\varphi_c + \frac{\pi}{2}\right)\right)\right)}; \quad (8)$$

$$\beta = -\frac{\omega_n}{K_o \sin(\varphi_c)}; \quad \tau_1 = -\frac{T_o \sin(\varphi_c)}{\sqrt{1 + \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2} + \omega_c \tau_o\right)^2}}; \quad \tau_2 = \frac{\varphi_n + \frac{\pi}{2}}{\omega_n} + \tau_o.$$

Если представить ПИД-регулятор передаточной функцией в раскрытом виде

$$W_r^*(p) = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p,$$

то в пересчёте на новые коэффициенты регулятора

$$K_p = \beta(\tau_1 + \tau_2) \approx \beta\tau_1, \text{ т.к. } \tau_1 \gg \tau_2; \quad K_i = \beta; \quad K_d = \beta\tau_1\tau_2$$

получим следующие формулы

$$K_p = \frac{T_o \omega_c}{K_o \sqrt{1 + \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2} + \tau_o \omega_c\right)^2}}; \quad K_d = \frac{T_o \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2} + \tau_o \omega_c\right)}{K_o \sqrt{1 + \left(\varphi_c + \frac{\pi}{2} + \tau_o \omega_c\right)^2}}; \\ K_i = -\frac{\omega_c}{K_o \sin(\varphi_c)}. \quad (9)$$

Оценка быстродействия и точности

Основными показателями быстродействия является время регулирования t_p . Для упрощённой желаемой модели САУ время регулирования определяется приближённо [5]

$$t_p \approx \frac{T_m}{\xi_m} \ln\left(\frac{1}{\Delta}\right), \quad (10)$$

где Δ – относительная величина зоны установившегося процесса (обычно составляет 5 %, т.е. $\Delta = 0,05$).

Между параметрами и частотными показателями качества упрощённой желаемой модели существует взаимосвязь [6]

$$\xi_i = \frac{-\sin(\varphi_c)}{2\sqrt{-\cos(\varphi_c)}}; \quad T_i = \frac{\sqrt{-\cos(\varphi_c)}}{\omega_c}.$$

Подставив формулы взаимосвязи в (10) получим формулу для приближённой оценки быстродействия настраиваемой САУ

$$t_p \approx \frac{6}{\omega_c \tan(\varphi_c)}.$$

Для определения более точного значения времени регулирования можно использовать формулы из [7]. Погрешность вычисления составит не более 10%.

ПИД-регулятор и объект управления с самовыравниванием образуют САУ с астатизмом первого порядка. Поэтому точность оценивается ошибкой по скорости



$$e_v = \frac{1}{\beta K_o} = \frac{1}{K_v} = -\frac{\sin(\varphi_c)}{\omega_c}.$$

Пример синтеза ПИД-регулятора

Формульная методика, рассмотренная в данной статье, применима для объектов с самовыравниванием, кривая разгона которых носит аperiodический характер, т.е. с большой инерционностью. К таким объектам относятся электропривода с достаточно большим моментом инерции. Также в качестве таких объектов можно рассматривать теплоэнергетические, химико-технологические и др. процессы с высокой инерционностью, такие как нагреватели, паротурбины и т.д.

Для примера проведем сравнительную характеристику использования данной методики на основе упрощенной желаемой модели (USPM – using a simplified prospective model) и метода Чина-Хронеса-Ресвика (CHR). Настройку ПИД-регулятора произведем на переходный процесс с 20%-ым перерегулированием, т.е. $\sigma^{\text{од}} = 0,2$. Для расчёта параметров ПИД-регулятора методу CHR используем [1]:

$$K_p = \frac{1,2T_o}{K_o\tau_o}; \quad K_i = \frac{0,6T_o}{K_o\tau_o^2}; \quad K_d = \frac{0,48T_o}{K_o}.$$

Сравнение проведем на линейном объекте управления. Линейный объект зададим так, чтобы по кривой разгона получались различные соотношения $\frac{\tau_o}{T_o} = \alpha_o$. Сравнение будем осуществлять по форме кривой переходного процесса настроенной САУ, а также оценивая быстродействие и ошибку по скорости.

Для САУ с ПИД-регулятором, настроенным по методу CHR, быстродействие оценивается приблизительно [8] $t_p \approx 7\tau_o$, а ошибку по скорости выведем из выражения

$$K_v = pW_r^*(p)W_o(p)\Big|_{p=0} = K_iK_o; \quad e_v = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{K_iK_o} = \frac{\tau_o}{0,6}\alpha_o.$$

Для САУ с ПИД-регулятором, настроенной по методу USPM, выражения для частотных показателей φ_c , ω_c , из (2, 8) и коэффициента K_i из (9), а, следовательно, для времени регулирования и ошибки по скорости упростятся:

$$t_p \approx \frac{6}{\omega_c \tan(\varphi_c)} \approx 5\tau_o; \quad e_v = -\frac{\sin(\varphi_c)}{\omega_c} = 0,68\tau_o \frac{8,8\alpha_o + 1}{7,8\alpha_o + 1}.$$

Графики переходных процессов сравнительного эксперимента изображены на рис. 1 для двух объектов управления с различными α_o :

$$W_{o1}(p) = \frac{1}{(p+1)(0,01p+1)^3} \quad \alpha_o = 0,026;$$

$$W_{o2}(p) = \frac{1}{(p+1)^3(0,01p+1)} \quad \alpha_o = 0,22.$$

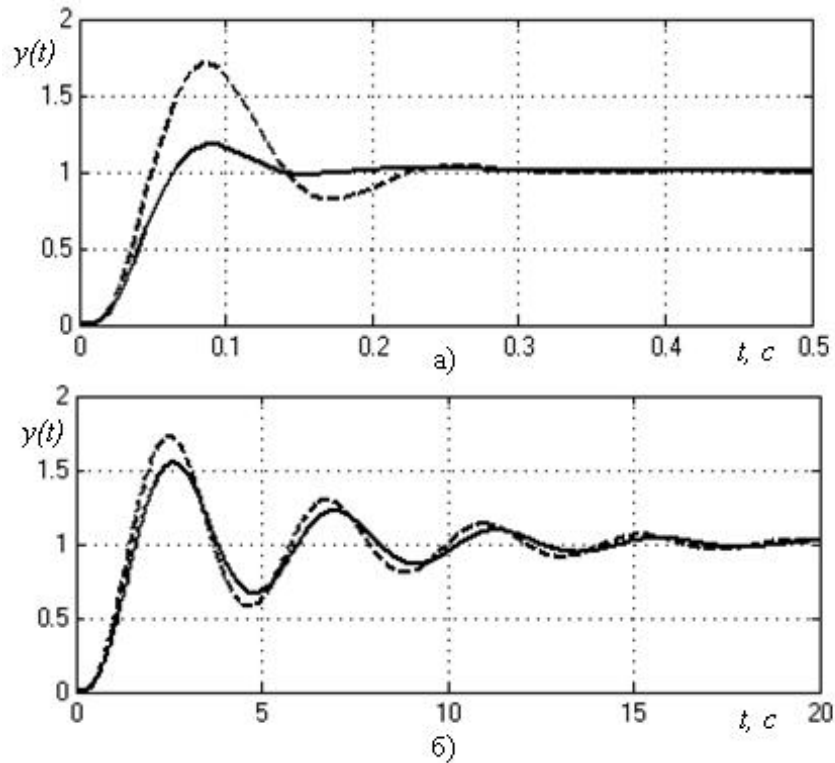


Рис. 1. Графики переходных процессов выходной величины $y(t)$ САУ с ПИД-регуляторами, настроенных по методам CHR (пунктирная линия) и USPM (сплошная линия) при $\alpha_o = 0,026$ (а) и $\alpha_o = 0,221$ (б)

Анализируя результаты эксперимента, сделаем выводы, обозначив достоинства и недостатки применения метода USPM над методом CHR. Данные результатов сравнительного эксперимента приведены в табл. 1.

Достоинства

1. В рассмотренном выше методе USPM можно задавать произвольное значение σ^{od} от 0% до 30%, в отличие от метода CHR, где σ^{od} задаётся двумя фиксированными значениями 0% и 20%.



2. При малых α_o переходные процессы настроенной САУ удовлетворяют требованию по перерегулированию $\sigma \leq \sigma^{од}$. Это позволяет использовать метод USPM для систем автонастройки ПИД-регулятора, в отличие от метода CHR, который используется для приблизительной настройки.

Недостатки

1. При больших α_o переходные процессы настроенной САУ приближаются к методу CHR. Это связано с грубой моделью объекта. Для устранения этого недостатка необходимо решить систему уравнений (1) для модели объекта $W_o(p)$ с более высоким порядком.

2. Точность САУ, настроенной по методу USPM, хуже, чем при настройке по методу CHR. Это связано с тем, что упрощенная желаемая модель не позволяет задавать добротность по скорости [6]. Устранить этот недостаток можно используя упрощенную желаемую модель с корнями в числителе, что позволит независимо определять область частоты среза и область низких частот.

Таблица 1

Параметры	Объект управления			
	$W_{o1}(p) = \frac{1}{(p+1)(0,01p+1)^3}$		$W_{o2}(p) = \frac{1}{(p+1)^3(0,01p+1)}$	
Модель объекта	$T_o = 1,067$	$\tau_o = 0,028$	$T_o = 3,69$	$\tau_o = 0,815$
ПИД-регулятор по методу CHR	$K_p = 45,8$	$K_i = 819,2$	$K_p = 5,42$	$K_i = 3,33$
	$K_d = 0,51$		$K_d = 1,77$	
ПИД-регулятор по методу USPM	$K_p = 39,2$	$K_i = 51,5$	$K_p = 4,81$	$K_i = 1,67$
	$K_d = 0,346$		$K_d = 1,01$	
Время регулирования	$t_p = 0,2 c$	(CHR)	$t_p = 5,7 c$	(CHR)
	$t_p = 0,14 c$	(USPM)	$t_p = 4,1 c$	(USPM)
Ошибка по скорости	$e_v = 0,0012$	(CHR)	$t_p = 5,7 c$	(CHR)
	$e_v = 0,019$	(USPM)	$t_p = 4,1 c$	(USPM)

Библиографические ссылки

1. Мазуров В.М. Автоматические регуляторы в системах управления и их настройка. Часть 2. Автоматические регуляторы и их настройка. Общие сведения о промышленных системах регулирования / В.М. Мазуров // Компоненты и технологии. – 2003. – № 5. – С. 59-62.



2. *Стельмашук С. В.* Об аналитическом синтезе по прямым показателям качества на основе упрощённой модели / С. В. Стельмашук // Учёные записки КнАГТУ. – 2011. – № 4. – С. 12-17.
3. *Бессекерский В. А.* Теория систем автоматического управления / В.А. Бессекерский, Е.П. Попов. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб.: Издательство «Профессия», 2003. – 752 с.
4. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. Перевод с английского под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. М.: Наука, – 1979. – 832 с.
5. *Методы классической и современной теории управления. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления* / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – Учебник в 5-и тт. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, – 2004. – 656 с.
6. *Стельмашук С. В.* Оценка качества системы автоматического регулирования на основе упрощённой модели / С. В. Стельмашук // Учёные записки КнАГТУ. – 2010. – № 1. – С.36-39.
7. *Стельмашук С. В.* Расчёт прямых показателей качества колебательного звена на основе метода Ньютона / С. В. Стельмашук // Материалы международной научно-технической конференции «Электротехнические комплексы и системы» В 5 т. Т. 3. – Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КнАГТУ», 2010. – С. 107-111.
8. *Коломиец А.П.* Электропривод и электрооборудование / А. П. Коломиец, Н.П. Кондратьева, И. Р. Владыкин, С. И. Юран. – М.: КолосС, 2008. – 328 с.