



УДК 004.052

© *Н. Е. Ничипорук, С. В. Сай, 2011*

ОЦЕНКА КОРРЕКТИРУЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОДОВ РИДА-СОЛОМОНА ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПОДВОДНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЧЕРЕЗ ЗАШУМЛЕННЫЙ КАНАЛ СВЯЗИ

Ничипорук Н. Е. – асп. кафедры «Вычислительная техника», e-mail: nata_8686_86@mail.ru; *Сай С. В.* – д-р техн. наук, зав. кафедрой «Вычислительная техника», e-mail: sai@evm.khstu.ru, тел. (4212) 22-43-78 (ТОГУ)

В статье рассматриваются особенности помехоустойчивого кодирования подводных гидролокационных изображений, приводятся результаты анализа эффективности кодов Рида-Соломона при передаче изображений через зашумленный канал связи.

The article discusses the features of error-correcting coding hydrolocation underwater images. The analysis results of the effectiveness of Reed-Solomon codes in the transmission images over noisy communication channel are given

Ключевые слова: помехоустойчивость, коды Рида-Соломона, вероятность ошибки.

Введение

Необходимость помехоустойчивого кодирования сигналов подводных изображений обусловлена тем, что передача и прием сигналов через гидроакустический канал связи всегда осуществляется на фоне помех. В общем случае шумы в гидроакустическом канале можно разделить на внешние, собственные и реверберационные помехи [1]. По характеру взаимодействия помехи классифицируются как аддитивные и мультипликативные. Аддитивные помехи по своей структуре могут быть флуктуационными, импульсными и гармоническими.

Наиболее распространенной является флуктуационная помеха, представляющая собой бесконечную сумму излучений от разных источников шума, которые не связаны с полезным сигналом. К импульсным помехам относятся помехи в виде одиночных импульсов, возникающие, например, в процессе работы излучающей антенны. Действие помех приводит к зашумленности изображения и, следовательно, к ухудшению его зрительного восприятия при решении задач анализа и распознавания подводных объектов оператором.

Использование помехоустойчивого кодирования позволяет повысить качество приема сигналов на фоне помех и, следовательно, снизить требования к шумовым характеристикам канала связи. Из большого многообразия помехоустойчивых кодов наибольшее применение при цифровой обработке изображений имеют коды Рида-Соломона (RS-коды) – линейные недвоичные систематические блочные коды, обладающие определенными оптимальными свойствами [2]. Они обладают хорошими свойствами по исправлению нескольких ошибок в блоке и широко используются в цифровых системах. К достоинствам RS-кодера относится простота его реализации и возможность исправлять пакеты ошибок, захватывающие несколько битов в одном или нескольких байтах.

Коды Рида-Соломона

Алгоритмы помехоустойчивого кодирования на основе кодов Рида-Соломона достаточно хорошо представлены в литературе [3–4], поэтому приведем их краткое описание. На рис. 1 показана структура передаваемого блока данных на выходе RS-кодера.

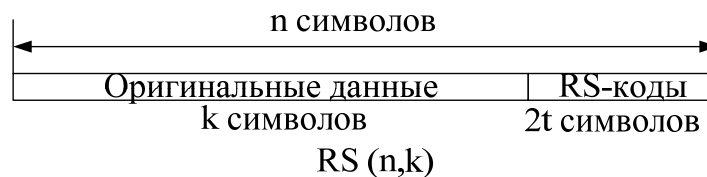


Рис. 1. Блок данных на выходе RS кодера

На рисунке приняты следующие обозначения: количество символов кодируемого сообщения (информационного слова) – k ; полная длина кодового слова, включающего в себя кодируемые данные и символы четности – n ; количество проверочных символов (символов четности) – $2t$. Максимальное количество исправляемых символов равно t . Выражение $RS(n, k)$ описывает определенную разновидность корректирующих кодов Рида-Соломона, оперирующую с n -символьными блоками, k -символов, из которых представляют полезные данные, а все остальные задействованы под символы четности. Например, код $RS(204, 188)$, который широко используется в системах цифрового телевидения, позволяет исправлять до восьми символов в блоке данных из 188 символов. К параметрам RS-кода также относятся его скорость и избыточность, где скорость кода – $R = k/n$ и избыточность можно определить как $Q = (1 - R) \cdot 100\%$.

Алгоритм кодирования. Теория кодирования предлагает следующий подход с использованием кодов Рида-Соломона, определенных в конечном поле Галуа $GF(2^8)$. Вводится понятие так называемого порождающего полинома $g(x)$. Порождающий полином согласно теории кодирования обеспечивает генерацию $r = 2t$ избыточных байтов из k байтов исходного сообщения так, чтобы результирующее сообщение, состоящее из $n = k+r$ байтов, принадле-



жало $n = k + r$ -мерному подпространству с минимальным кодовым расстоянием $d = r + 1$.

Пусть задан исходный полином $M(x) = M_{k-1}x^{k-1} \oplus \dots \oplus M_1x^1 \oplus M_0$ информационного сообщения. Вычислим полином $R(x)$, полученный как остаток от деления полинома $M(x)$, сдвинутого на r позиций влево (умножение на x^r), на порождающий полином $g(x)$:

$$R(x) = (x^r \cdot M(x)) \bmod(g(x)) = \sum_{i=0}^{r-1} R_i x^i. \quad (1)$$

Кодом Рида-Соломона называют коэффициенты информационного полинома $M(x)$ и полинома остатка $R(x)$, представленного на рис.1. Отметим, что все вычислительные операции над полиномами выполнены по правилам алгебры поля Галуа.

Таким образом, код Рида-Соломона представляет коэффициенты полинома $F(x)$, вычисляемого как сумма сдвинутого на r позиций информационного полинома $M(x)$ и полинома остатка $R(x)$:

$$F(x) = (x^r \cdot M(x)) \oplus R(x). \quad (2)$$

Полином $F(x)$ обладает следующими свойствами: $F(x)$ делится без остатка на порождающий полином $g(x)$; $F(x)$ имеет те же корни, что и полином $g(x) - 2^1, 2^2 \dots 2^r$. На данных свойствах базируются последующие алгоритмы обнаружения ошибок. Если коэффициенты полинома $F(x)$ не искажены, то его деление на порождающий полином $g(x)$ даст нулевой остаток. Если коэффициенты полинома $F(x)$ были искажены, то с очень высокой вероятностью его деление на порождающий полином даст не нулевой остаток.

Алгоритм декодирования. Передача блока через зашумленный канал связи приведет к тому, что на полином $F(x)$ будет наложено некоторое искажение в виде искажающего полинома $E(x)$. При этом искажаться могут как информационные, так и избыточные байты. Искаженный блок на входе приемника представим в следующем виде:

$$\tilde{F}(x) = F(x) \oplus E(x). \quad (3)$$

Декодирование кодов Рида-Соломона представляет собой довольно сложную задачу. Типовая схема декодирования состоит из следующих этапов [3]:

1. Преобразование блока данных в полином $\tilde{F}(x)$ и вычисление коэффициентов полинома синдрома ошибки: $S_j = \tilde{F}(2^j) = E(2^j)$, где $j = 1 \dots r$.
2. Если коэффициенты синдрома равны нулю – ошибок не обнаружено. Если коэффициенты синдрома не равны нулю – переход к следующему этапу.
3. Нахождение полинома $\Lambda(x)$ локаторов ошибок по алгоритму Берлекемпа-Мессис.
4. Нахождение корней полинома $\Lambda(x)=0$ с помощью алгоритма Ченя и выделение локаторов u_1, \dots, u_r , которые определяют номера ошибочных байт.



5. С помощью метода Форни вычисление полинома величин ошибок $\xi(x) = (S(x) \cdot \Lambda(x)) \bmod(x^r)$.

6. Вычисление производной полинома $\Delta'(x) = \Lambda_1 \oplus \Lambda_3 x^2 \oplus \dots \oplus$.

7. Вычисление величин ошибок $\varepsilon_j = \xi(2^{-u_j}) / \Delta'(2^{-u_j})$, где $j = 1 \dots \tau$.

8. Формирование полинома искажений $E(x) = \sum_{j=1}^{\tau} \varepsilon_j x^{u_j}$.

9. Коррекция ошибок в полиноме блока $F(x) = \tilde{F}(x) \oplus E(x)$ и преобразование в исправленный блок.

Из теории кодирования следует, что при возникновении ошибок кратности $\tau \leq t$ декодер успешно исправит ошибки. Если количество ошибок превышает $\tau > t$, то в этом случае декодер не сможет их исправить.

В цифровом канале связи данные передаются в виде последовательного потока бит, при этом шум в канале оценивается вероятностью искажения одного бита.

К особенностям корректирующей способности RS-кодов относится то, что количество исправленных ошибок определяется числом байтов. При этом несколько искаженных бит могут находиться в одном байте или распределены по разным байтам. Например, при $t = 2$ и $n = 12$, что соответствует коду RS(12,8), декодер может гарантированно исправить 2 байта независимо от того, сколько искаженных бит будет в каждом байте. Таким образом, результаты коррекции будут зависеть от характера распределения ошибочных бит в цифровом потоке.

Результаты анализа

С целью анализа эффективности применения кодов Рида-Соломона были поставлены следующие задачи. Для заданных параметров кода (n, k) оценить максимальное значение вероятности ошибки в канале связи, при которой на выходе декодера обеспечивается требуемая помехоустойчивость. По полученным результатам выбрать наиболее эффективный RS-код.

Поставленные задачи можно решить теоретически, воспользовавшись положениями теории вероятности. Используя биномиальное распределение Бернулли, определим вероятность P «неисправимого» искажения блока длиной n байтов при условии, что RS-код гарантированно исправляет t искаженных байтов:

$$P(\tau > t) = \sum_{m=t+1}^n C_n^m (1 - (1-p)^8)^m \cdot ((1-p)^8)^{n-m}, \quad (4)$$

где: $C_n^m = n! / (n-m)!m!$ – биномиальный коэффициент; $!$ – факториал; p – значение вероятности ошибки одного бита в канале связи. Далее поставим следующее условие: вероятность появления в блоке более t искаженных байтов на выходе декодера должна быть не более заданной, т. е.:



$$P_{out}(\tau > t) \leq P_{min}. \quad (5)$$

С помощью численных методов решаем уравнение (4) при выполнении условия (5) и находим значение p для заданных параметров кода n и t . В табл. 1 показаны расчетные значения вероятностей ошибок в канале связи для разных RS-кодов, при которых обеспечивается прием данных с заданным минимальным значением вероятностью P_{min} .

Таблица 1

Значения вероятностей битовых ошибок в канале связи

RS(n, k)	204,188	255,191	64,48	255,128	128,64	64,32
R	0,92	0,75	0,75	0,5	0,5	0,5
$P_{min} = 10^{-12}$	0,00012	0,0036	0,00041	0,0125	0,0077	0,0033
$P_{min} = 10^{-9}$	0,00027	0,0048	0,0009	0,0143	0,0102	0,0053
$P_{min} = 10^{-6}$	0,00061	0,00625	0,0020	0,0170	0,0125	0,0083
$P_{min} = 10^{-3}$	0,00153	0,00935	0,0051	0,0233	0,0201	0,0156

Из полученных данных следует, что уменьшение скорости кода и увеличение длины блока позволяет передавать данные в более зашумленном канале связи. В частности, при использовании кода RS(255,128) и при обеспечении значения $P_{min} = 10^{-6}$ вероятность ошибок в канале связи должна быть не более $p_{max} = 0,017$.

Следует отметить, что выражение (4) не определяет однозначно количество ошибочных байтов в изображении. Например, значение $P_{min} = 10^{-3}$ означает, что в любом одном блоке из тысячи блоков имеются искаженные байты после декодирования. При этом количество «неисправимых» байтов в блоке может изменяться в пределах от $(t+1)$ до n . В остальных 999 блоках искажения отсутствуют. Так как подводное изображение имеет фиксированное количество байт и, следовательно, фиксированное количество блоков, то использование выражения (4) не позволяет однозначно оценить вероятность ошибочных байтов.

Для оценки вероятности ошибок при передаче реальных изображений в среде C++ был разработан программный комплекс, состоящий из следующих модулей: RS-кодер, имитатор канала связи, RS-декодер, анализатор ошибок.

В качестве модели канала связи выбран цифровой двоично-симметричный канал (ДСК) с равномерным распределением плотности вероятностей ошибок [2]. В процессе моделирования шума выполнялось побитное искажение передаваемой информации с заданной вероятностью ошибки. Вероятность ошибки после декодирования оценивалась отношением количества искаженных байтов к общему количеству байт в изображении. В качестве тестовых изображений использованы изображения рельефа морского дна, полученные с гидролокатора бокового обзора (ГБО). Изображения представлены в градациях серого без дополнительного сжатия данных.

При проведении экспериментов были исследованы RS-коды со скоростями $R = 0,75$ и $R = 0,5$. В табл. 2 приведены зависимости вероятностей оши-

бок $P_{ош}$ декодированного изображения от вероятности ошибок в канале связи для разных RS-кодов.

Таблица 2

 Зависимости вероятностей $p_{ош}$ байтовых ошибок

R S(N, K)	Вероятность ошибки (p) в канале связи					Скорость кода
	0,035	0,03	0,02	0,015	0,01	
(255, 191)	0,286	0,243	0,162	0	0	R = 0,75
(128, 96)	0,284	0,242	0,161	0,0031		
(64, 48)	0,284	0,241	0,160	0,0097	0	
(255, 128)	0,285	0	0	0	0	R = 0,5
(128, 64)	0,284	0	0	0	0	
(64, 32)	0,281	0,0049	0	0	0	

Из полученных результатов следует, что для скорости $R = 0,75$ код RS(255, 191) обладает лучшей корректирующей способностью и позволяет полностью исправлять ошибки при вероятности ошибок в канале связи не более $p = 0,015$. Уменьшение скорости кода до $R = 0,5$ позволяет передавать достоверные данные через зашумленный канал с вероятностью ошибок не более $p = 0,03$ при выбранном коде RS(255, 128) или RS(128, 64).

Нулевые значения ошибок ($P_{ош} = 0$) означают то, что количество искаженных байтов в каждом анализируемом блоке меньше или равно значению t , и при этом RS-код успешно справляется с их коррекцией. В частности, для кода RS(255, 128) при условии полного восстановления передаваемых данных количество искаженных байтов в блоке должно быть не более значения $t = 64$. Если $t > 64$, то в этом случае RS-код не может справиться с ошибками и его применение можно считать нецелесообразным. Таким образом, система передачи кодированного потока данных работает устойчиво до некоторого порогового значения вероятности ошибок (p_{max}) в канале связи.

В табл. 3 приведены значения для p_{max} разных RS-кодов, которые позволяют обосновать применение помехоустойчивого кодирования в зависимости от зашумленности канала связи.

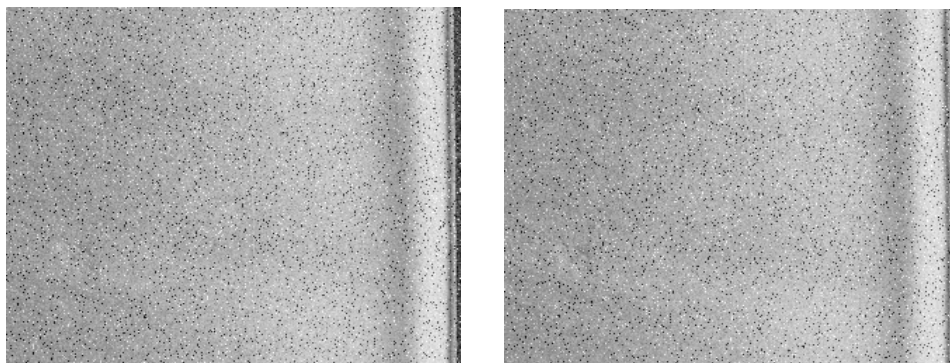
Таблица 3

Пороговые значения вероятностей ошибок в канале связи

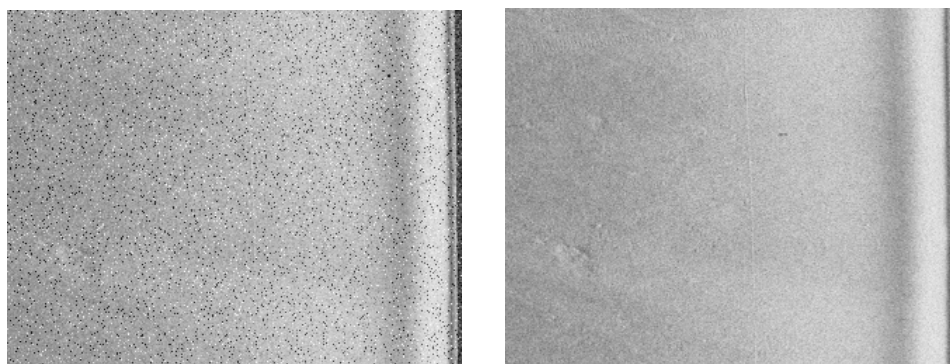
RS(n, k)	255,191	128,96	64,48	255,128	128,64	64,32
p_{max}	0,015	0,014	0,013	0,031	0,030	0,029

На рис. 2 в качестве примера показаны фрагменты декодированного тестового ГБО изображения без использования и с использованием помехоустойчивого кодирования для выбранного кода RS(255, 128). Параметры фрагмента изображения: $324 \times 256 \times 8$ бит.

В результате исследований получено, что применение RS-кодов можно считать эффективным при значении вероятности ошибок в канале связи не более $p_{max} = 0,03$.



а) $p = 0,032$



б) $p = 0,031$

Рис. 2. Фрагменты ГБО изображений без использования (слева)
и с использованием (справа) кода RS(255, 128)

При этом скорость кода равна $R = 0,5$, что приводит к увеличению объема передаваемых данных и, следовательно, требуемой скорости передачи в два раза. Так как гидроакустический канал связи имеет ограниченную скорость передачи, то в этом случае можно применить следующие решения [5]: а) использовать сжатие изображения; б) передавать кадр изображения в два раза медленнее.

Использование RS-кодов при передаче данных в более зашумленном канале связи можно считать нецелесообразным по следующим причинам. Дальнейшее снижение скорости кода потребует более высокой скорости передачи данных и, следовательно, более высоких коэффициентов сжатия или больших временных затрат на передачу изображения. В частности, при $R = 0,25$ и при использовании кода RS(255, 63) значение вероятности ошибок в канале связи может быть не более $p_{max} = 0,045$. При этом объем передаваемых данных возрастает в четыре раза. В качестве примера приведем следую-

щие расчеты. Предположим, что строка передаваемого ГБО изображения формируется в интервале зондирующего импульса с частотой 256 КГц и при этом период зондирования равен 0,5 сек. Нетрудно подсчитать, что для передачи строки изображения в реальном масштабе времени потребуется канал с пропускной способностью 512 Кбайт/с. В реальном гидроакустическом канале связи скорость передачи обычно ограничена до 4 Кбит/с. Следовательно, для цифровой передачи строки изображения без потери качества потребуется 512 сек. Таким образом, увеличение объема передаваемых данных за счет применения RS-кода с избыточностью более 50 % не является обоснованным.

Необходимо отметить, что полученные результаты справедливы для модели аддитивного шума с равномерным распределением вероятностей ошибок при условии, что мощность полезного сигнала на входе приемника не изменяется. В реальных условиях на качество приема сигнала будут также влиять импульсные мультипликативные помехи и затухание мощности сигнала на входе приемника, что может привести к дополнительному снижению помехоустойчивости принимаемых данных. Исследование эффективности применения RS-кодов в реальном гидроакустическом канале требует дополнительных исследований.

Работа выполнена при выполнении НИР (Государственный контракт № П476) в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

Библиографические ссылки

1. *Ольшевский В. В.* Статистические методы в гидролокации. – Л.: Судостроение, 1983.
2. *Кларк Д., Кейн Д.* Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. – М.: Радио и связь, 1987.
3. *Крис Касперски.* Коды Рида-Соломона в практических реализациях, или Информация, воскресшая из пепла III / Журнал «Системный Администратор», ноябрь 2003 г. Интернет-ресурс: <http://av5.com/journals-magazines-online/1/35/308>
4. *Никитин Г. И., Поддубный С. С.* Помехоустойчивые циклические коды: Учеб. Пособие. – СПб(б): СПбГУАП, 1998.
5. *Сай С. В., Шоберг А. Г., Бурдинский И. Н., Наумов Л. А., Золотарев В. В.* Алгоритмы анализа и цифровой обработки гидролокационных изображений // Подводные исследования и робототехника. – № 2 (6). – 2008.