



УДК 681.3

© А. П. Бахрушин, 2009

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ВЫПУКЛОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОИСКА ЦИФРОВЫХ ВОДЯНЫХ ЗНАКОВ В ВИДЕОДАНЫХ

Бахрушин А. П. – канд. техн. наук, проф. кафедры «Информационные системы и прикладная информатика», тел.: 57-09-50, e-mail: stripylife@yahoo.com (ДВГСГА)

Основной целью теории поиска является разработка эффективных методов обнаружения различных объектов. Поиск может производиться с целью обнаружения цифровых водяных знаков (ЦВЗ), которые в настоящее время широко применяются для защиты мультимедийных данных. Для решения этой задачи могут быть использованы различные математические методы и, в частности, методы исследования операций.

В данной статье рассматривается задача оптимизации поиска ЦВЗ, внедряемых в кинофильмы, на основе модели выпуклого программирования. Обсуждается конкретный пример поиска ЦВЗ.

The main purpose of the search theory is the development of the effective methods for different object detection. In particular, the search may be performed with the aim of finding digital watermarks, which nowadays are widely used for multimedia data protection. For solving this problem the different mathematical methods may be applied, in particular, the methods of operations research.

In this paper, the problem of search optimization of the digital watermarks, which are embedded into movies, is considered on the bases of convex programming model. The specific situation of the watermark search is discussed.

Ключевые слова: выпуклое программирование, целевая функция, вероятность, цифровой водяной знак.

Введение

Основной целью теории поиска является разработка и обоснование эффективных методов обнаружения различных объектов. Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

– изучить свойства объекта, который может быть утерян, свойства среды, в условиях которой производится поиск, а также разработать средства поиска;

- установить причинно-следственные связи между условиями проведения поиска и его результатами посредством построения и анализа релевантных математических моделей;
- обосновать оптимальные методы поиска и отслеживания, которые способны обеспечить максимизацию или минимизацию выбранного критерия эффективности;
- обосновать оптимальное распределение поисковых ресурсов.

Для решения этих задач широко применяются различные математические методы и, в частности, методы исследования операций [1]. Исследователь операций, сталкиваясь с новой задачей, прежде всего, должен построить математическую модель задачи, определить, к какому классу она относится, и затем выбрать метод ее решения.

В данной статье рассматривается решение задачи поиска ЦВЗ, внедряемых в кинофильмы с целью защиты авторских прав, на основе модели выпуклого программирования.

1. Различные методы внедрения цифровых водяных знаков в видеопroduкцию их извлечение

Предположим, что некоторый кинофильм состоит из K кадров. Обозначим через F_k k -й кадр данного кинофильма, а через W – внедряемый ЦВЗ. Тогда результат процедуры внедрения ЦВЗ в k -й кадр можно представить в виде линейной комбинации ЦВЗ и k -го кадра

$$F_k^W = F_k + \alpha W \quad k=1, \dots, K, \quad (1)$$

где α – масштабный коэффициент,

F_k^W – кадр, в который внедрен водяной знак.

При наличии исходного кадра F_k процедура извлечения ЦВЗ может быть без труда реализована через определение разности

$$W = (F_k^W - F_k) / \alpha.$$

Однако данной процедурой невозможно воспользоваться по меньшей мере в следующих случаях:

- при отсутствии исходных видеок кадров;
- в случае применения против кинофильма, в кадры которого были внедрены ЦВЗ, различных атак, в частности, геометрических атак в виде сдвига кадров, их поворота и изменения масштаба.

Поэтому на практике возникает задача извлечения ЦВЗ, включая те случаи, когда исходные видеок кадры отсутствуют или если против кинофильма, содержащего ЦВЗ, были предприняты те или иные атаки с целью их изъятия или уничтожения.

Рассмотрим возможное решение этой задачи. Прежде всего заметим, что процедуру внедрения ЦВЗ в k -й кадр согласно (1) можно представить как линейную комбинацию двух дискретных двумерных сигналов, один из которых представляет собой ЦВЗ, а другой – k -й кадр кинофильма. В этом слу-



чае W можно рассматривать как полезный сигнал, F_k – как сигнал, представляющий шум, а F_k^W – как аддитивную смесь полезного сигнала W и шума F_k . Очевидно, что энергия фактически внедряемого ЦВЗ будет зависеть от значения коэффициента α , выбор которого должен определяться из условия невидимости ЦВЗ. Это означает, что соотношение сигнал/помеха должно быть значительно меньше единицы, в результате чего возникает серьезная проблема, связанная с извлечением слабого сигнала, представляющего ЦВЗ, на фоне сильных помех. Ее решение может быть осуществлено на основе идеи многократного внедрения одного и того же ЦВЗ в кадры кинофильма. При этом могут быть использованы различные стратегии [2–5]. Рассмотрим, например, стратегию, когда центрированный ЦВЗ внедряется в каждый кадр кинофильма [2]. Тогда его извлечение может быть произведено следующим образом:

1) для k -го кадра вычисляется среднее значение яркости m_k ;

2) из значения яркости каждого пикселя k -го кадра вычитается среднее значение m_k , в результате чего формируется центрированный двумерный сигнал, представленный некоторой матрицей C_k (указанные выше действия повторяются для каждого кадра);

3) на основе матриц C_k формируется матрица W° , представляющая собой приближенную копию ЦВЗ:

$$W^\circ = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_k ; \quad (2)$$

4) вычисляется значение нормализованного коэффициента корреляции ρ между матрицами W° и W ;

5) проверяется условие

$$\rho \geq h, \quad (3)$$

где h – некоторый заданный порог;

б) в случае выполнения условия (3) принимается решение о том, что матрица W° действительно представляет собой приближенную копию ЦВЗ.

Существенным недостатком рассмотренной стратегии внедрения ЦВЗ в каждый кадр является относительная простота его извлечения, а следовательно, низкая защищенность от нелегального использования видеопродукции.

Для повышения степени защищенности может быть использована другая стратегия, когда один и тот же ЦВЗ внедряется в некоторые отдельно взятые последовательности кадров ограниченной длины [2, 4, 5]. Выбор этих последовательностей может производиться случайным образом на основе тех или иных критериев. Заметим, что в этом случае в соответствии с выражением (2)

будут суммироваться в том числе матрицы, не содержащие ЦВЗ, а следовательно, полученная матрица W° будет слабо коррелировать с матрицей W . В результате использования данной стратегии может быть резко повышена защищенность от нелегального использования видеопродукции. В то же время у самого собственника видеопродукции возникает проблема поиска тех последовательностей кадров, в которые был внедрен ЦВЗ. Другими словами, возникает задача синхронизации между процессами внедрения ЦВЗ в видеопродукцию и их извлечением. Очевидно, что установление синхронизации между этими процессами позволяет при формировании матрицы W° суммировать только те матрицы C_k , которые содержат ЦВЗ [2, 4]. Очевидной целью лиц, заинтересованных в нелегальном использовании видеопродукции, является нарушение этой синхронизации, а также обнаружение и уничтожение ЦВМ. В результате этих атак возникает необходимость в использовании различных методов поиска уцелевших последовательностей кадров, в которые был внедрен ЦВЗ.

2. Модель выпуклого программирования

Как известно, экстремальная модель задается целевой функцией $f(\bar{t})$ N переменных t_1, \dots, t_N на множестве Q N -мерного пространства. В свою очередь множество Q задается системой неравенств

$$\begin{aligned} q_j(\bar{t}) &= 0, & j &= \overline{1, h} \\ q_j(\bar{t}) &\leq 0, & j &= \overline{h+1, m} \\ q_j(\bar{t}) &\geq 0, & j &= \overline{m+1, k} \end{aligned}$$

где $q_j(\bar{t}) = q_j(t_1, \dots, t_N)$ – функции N переменных. Заметим, что они являются ограничениями экстремальной модели.

Оптимальная модель поиска сводится к максимизации или минимизации целевой функции $f(\bar{t})$ при заданных ограничениях.

Предположим, что предпринимается ряд поисковых шагов и на каждый такой шаг затрачивается временной ресурс t_j , который приводит к результату $f_j(t_j)$. Если предпринимаемые шаги независимы друг от друга, то можно предположить, что общий результат $f(t_1, \dots, t_N)$ всех затраченных ресурсов T равен сумме отдельных результатов $f_j(t_j)$, полученных в каждом поисковом шаге при затрате временного ресурса t_j . Естественно потребовать, чтобы совокупный результат был максимальным или минимальным как следствие рационального распределения всех ресурсов. Это означает, что необходимо найти вектор $t^\circ = (t_1^\circ, \dots, t_N^\circ)$, который удовлетворяет ограничениям:



$$\sum_{j=1}^N t_j = T, \quad (4)$$

$$t_j \geq 0, \quad j = \overline{1, N} \quad (5)$$

и максимизирует или минимизирует следующую целевую функцию

$$f(t_1, \dots, t_N) = \sum_{j=1}^N f_j(t_j). \quad (6)$$

Если известно, что функции $f_j(t_j)$ являются выпуклыми или вогнутыми, то экстремальная модель (4)–(6) принадлежит к классу моделей выпуклого программирования.

Как известно, для решения некоторых задач выпуклого программирования широко используется лемма Гиббса [1]. Из этой леммы следует, что если существует некоторое число η , при котором производные $f_j'(t_j^\circ)$ удовлетворяют следующим условиям:

$$f_j'(t_j^\circ) \begin{cases} = \eta, & \text{если } t_j^\circ > 0 \\ \leq \eta, & \text{если } t_j^\circ = 0 \end{cases}, \quad (7)$$

то вектор $\bar{t}^\circ = (t_1^\circ, \dots, t_N^\circ)$ максимизирует вогнутую функцию

$$\sum_{j=1}^N f_j(t_j)$$

в области

$$\sum_{j=1}^N t_j = T, \quad t_j \geq 0.$$

Аналогично, если существует число η , при котором

$$f_j'(t_j^\circ) \begin{cases} = \eta, & \text{если } t_j^\circ > 0 \\ \geq \eta, & \text{если } t_j^\circ = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

то вектор $\bar{t}^\circ = (t_1^\circ, \dots, t_N^\circ)$ минимизирует выпуклую функцию

$$\sum_{j=1}^N f_j(t_j)$$

в области $\sum_{j=1}^N t_j = T, \quad t_j \geq 0.$

Решение экстремальной модели выпуклого программирования, представленной выражениями (4)–(6), сводится к определению значения t_j° при

выполнении условий (7) или (8) путем подстановки константы η . Для нахождения значения η необходимо подставить t_j° в выражение (4).

3. Пример определения оптимального времени поиска ЦВЗ

Рассмотрим пример. Предположим, что в соответствии с заданным критерием в некотором кинофильме разбитым на N частей, случайным образом выбирались последовательности кадров, в которые затем внедрялся один и тот же ЦВЗ. Обозначим через ПКЗ последовательность кадров, в которую внедрен ЦВЗ, через p_j вероятность наличия таких ПКЗ в пределах j -й части. Предположим, что число обнаружений ПКЗ в j -й части кинофильма распределено по закону Пуассона. Другими словами, вероятность обнаружения ПКЗ в j -й части кинофильма g раз равна:

$$P(g) = \frac{(\mu_j)^g}{g!} \exp(-\mu_j), \quad (9)$$

где μ_j – математическое ожидание числа обнаружений ПКЗ в единицу времени в пределах j -й части.

Заметим, что выбор закона Пуассона обусловлен тем, что им может быть приближенно заменено биномиальное распределение, когда вероятность появления события в каждом отдельном испытании мала, а число производимых испытаний велико. Из (9) следует, что вероятность обнаружения ПКЗ в j -й части фильма равно ноль раз в единицу времени

$$P(0) = \frac{\mu_j^0}{0!} \exp(-\mu_j) = \exp(-\mu_j).$$

Так как случайная величина g может принимать дискретные значения $0, 1, 2, \dots$ с определенными вероятностями, а сумма всех вероятностей равна единице, то вероятность обнаружения ПКЗ, по меньшей мере один раз (т.е. $g \geq 1$), равна

$$1 - P(0) = 1 - \exp(-\mu_j).$$

Тогда вероятность обнаружения ПКЗ в пределах фильма в целом при затратах времени (t_1, \dots, t_N) с учетом вероятностей p_j наличия ПКЗ в отдельные части фильма равна:

$$\sum_{j=1}^N p_j (1 - \exp(-\mu_j t_j)).$$

Предположим также, что против этого кинофильма были произведены различные атаки с целью:



- 1) нарушение синхронизация между процессами внедрения ЦВЗ и их извлечения;
- 2) поиска последовательностей кадров, содержащих ЦВЗ, с последующим уничтожением ЦВЗ.

Допустим, что в результате предпринятых атак была полностью нарушена синхронизация, но из всего множества ПКЗ осталась только одна ПКЗ. Требуется определить оптимальное время поиска t_j уцелевшей ПКЗ в пределах j -й части таким образом, чтобы

$$\sum_{j=1}^N t_j = T,$$

а вероятность его обнаружения была максимальной. Это означает, что необходимо найти вектор $\vec{t}^\circ = (t_1^\circ, \dots, t_N^\circ)$, который бы отвечал ограничениям

$$\sum_{j=1}^N t_j = T,$$

$$t_j \geq 0, \quad j = \overline{1, N}$$

и максимизировал целевую функцию

$$f(t_1, \dots, t_N) = \sum_{j=1}^N p_j (1 - \exp(-\mu_j t_j)).$$

Пусть

$$\tilde{t}_j = t_j / T. \quad (10)$$

Тогда задача максимизации целевой функции (10) может быть заменена задачей минимизации функции

$$\sum_{j=1}^N p_j \exp(-\mu_j \tilde{t}_j)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^N \tilde{t}_j = 1,$$

$$\tilde{t}_j \geq 0, \quad j = \overline{1, N}.$$

Допустим, что значения p_j и μ_j положительны. Найдем производную от функции $f_j(\tilde{t}_j)$:

$$f'_j(\tilde{t}_j) = -p_j \mu_j \exp(-\mu_j \tilde{t}_j).$$

В соответствии с (5) имеем

$$-p_j \mu_j \exp(-\mu_j \tilde{t}_j) \begin{cases} = \eta & \text{if } \tilde{t}_j > 0 \\ \geq \eta & \text{if } \tilde{t}_j = 0 \end{cases}, \eta \leq 0. \quad (11)$$

Из (11) следует, что если $-p_j \mu_j \geq \eta$, тогда $\tilde{t}_j = 0$, так как $\exp(-\mu_j \tilde{t}_j) < 1$. Если $-p_j \mu_j < \eta$, то $\tilde{t}_j \neq 0$, потому что из (11) следует, что $-p_j \mu_j \geq \eta$. Это означает, что $\tilde{t}_j > 0$ и, если $-p_j \mu_j < \eta$, имеем:

$$-p_j \mu_j \exp(-\mu_j \tilde{t}_j) = \eta. \quad (12)$$

Теперь из (12) можно найти значение \tilde{t}_j° при условии $-p_j \mu_j < \eta$:

$$\tilde{t}_j^\circ = \frac{1}{\mu_j} \ln \left(-\frac{p_j \mu_j}{\eta} \right). \quad (13)$$

Значение η может быть вычислено путем подстановки (13) в уравнение

$$\sum_{j=1}^N \tilde{t}_j^\circ = 1.$$

Другими словами, η должно быть корнем уравнения

$$w(\eta) = \sum_j \frac{1}{\mu_j} \ln \left(-\frac{p_j \mu_j}{\eta} \right) = 1, \quad (14)$$

где j пробегает все значения, для которых $-p_j \mu_j < \eta$.

Легко показать, что каждое слагаемое в уравнении (14) возрастает, когда $0 > \eta > \max_{j=1, N} \{-p_j \mu_j\}$ и некоторые слагаемые вообще отбрасываются,

когда η переходит через значение $-p_j \mu_j$. Это означает, что $w(\eta)$ является непрерывной строго возрастающей функцией, которая становится равной единице при некотором значении аргумента η , подлежащего определению.

Тогда алгоритм определения времени поиска ЦВЗ в пределах j -й части кинофильма можно описать следующим образом:

1) вычислить значения $p_j \mu_j$, расположить их в порядке возрастания и перенумеровать секции в соответствии со следующим правилом

j старое: j_1, j_2, \dots, j_N ; \mathcal{F} новое: $1, 2, \dots, N$;

2) вычислить для $\eta_1 = -p_2 \mu_2$

$$w(\eta_1) = \frac{1}{\mu_1} \ln \left(\frac{p_1 \mu_1}{p_2 \mu_2} \right);$$

3) вычислить для $\eta_2 = -p_3 \mu_3$



$$w(\eta_2) = \frac{1}{\mu_1} \ln\left(\frac{p_1\mu_1}{p_3\mu_3}\right) + \frac{1}{\mu_2} \ln\left(\frac{p_2\mu_2}{p_3\mu_3}\right)$$

и так далее, пока сумма меньше единицы. Обозначим через j_0 последний индекс, при котором сумма все еще меньше единицы;

4) решить уравнение

$$w(\eta_0) = \sum_j^{j_0} \frac{1}{\mu_j} \ln\left(-\frac{p_j\mu_j}{\eta_0}\right) = 1 \quad (15)$$

относительно η_0 ;

5) вычислить

$$\tilde{t}_j^\circ = \begin{cases} \frac{1}{\mu_j} \ln\left(-\frac{p_j\mu_j}{\eta_0}\right) & \text{if } -p_j\mu_j < \eta_0 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (16)$$

Рассмотрим конкретный пример. Предположим, что $N=4$, $T=10$ час. Остальные значения приведены в таблице. Значения

Значения $j, \mu_j, p_j, p_j\mu_j, \mathcal{F}$				
j	μ_j	p_j	$p_j\mu_j$	\mathcal{F}
1	0,72	0,35	0,252	1
2	0,58	0,27	0,157	3
3	0,85	0,25	0,213	2
4	0,63	0,13	0,082	4

Необходимо определить оптимальные временные затраты на поиск последовательности кадров, содержащих ЦВЗ в каждой части кинофильма.

Предположим, что $\eta_1 = -p_3\mu_3 = -0,213$. Тогда имеем

$$w(\eta_1) = 1/0,72 \ln(0,252/0,213) = 0,2335,$$

т. е. $w(\eta_1) < 1$. Теперь предположим, что $\eta_2 = -b_2\mu_2 = -0,157$. Тогда

$$w(\eta_2) = 1/0,72 \ln(0,252/0,157) = 1,061,$$

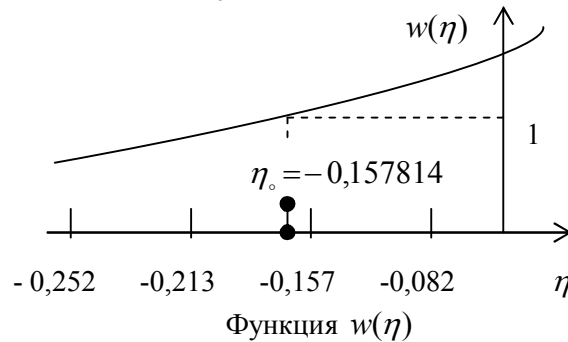
т. е. $w(\eta_2) > 1$. Это означает, что значение η необходимо искать в пределах $(-0,213 < \eta < -0,157)$, как показано на рис. 1. Следовательно, $j_0 = 2$.

Используя численный метод, из (15) находим, что $\eta_0 = -0,157814$ (см. рисунок). В результате подстановки η_0 в (16) получаем:

$$\tilde{t}_1^\circ = 0,65, \quad \tilde{t}_2^\circ = 0,35, \quad \tilde{t}_3^\circ = 0, \quad \tilde{t}_4^\circ = 0.$$

После возвращения к старой системе нумерации имеем:

$$\tilde{t}_1^\circ = 0,65, \quad \tilde{t}_2^\circ = 0, \quad \tilde{t}_3^\circ = 0,35, \quad \tilde{t}_4^\circ = 0.$$



Из (7) следует, что:

$$t_1 = 0,65 \times 10 = 6,5 \text{ ч}; \quad t_2 = 0 \text{ ч}; \quad t_3 = 0,35 \times 10 = 3,5 \text{ ч}; \quad t_4 = 0 \text{ ч}.$$

Следовательно, поиск последовательности кадров, содержащих ЦВЗ, необходимо производить в пределах первой части в течение 6,5 ч и в пределах третьей части в течение 3,5 ч. В пределах же второй и четвертой частей производить поиск вообще не имеет смысла. Таким образом, в результате использования модели выпуклого программирования для конкретного примера были определены оптимальные временные затраты на поиск последовательности кадров, содержащих ЦВЗ, в каждой части кинофильма.

Библиографические ссылки

1. Колемаева В. А. Математические методы исследования операций. М., 2008.
2. Lin E. T., Delp E. J. Temporal synchronization in video Water-marking // IEEE Trans. on Signal Proc., 2004. V. 52. N. 10.
3. Bahrushin A., Kim Kisseon, Lopatin and Tsoy R. Using Vilenkin-Chrestenson Functions for Generating Watermarks with Given Properties // Proceedings of the 2006 International Conference on Image Processing, Computer Vision and Pattern Recognition. Las Vegas, Nevada, USA, 2006. June.
4. Bahrushin A., Tsoy R., Lopatin K., Bahrushina G. Robust Video Watermarking Scheme Resilient to Collusion Attacks // Proceedings of the 2007 International Conference on Image Processing, Computer Vision and Pattern Recognition. Las Vegas, Nevada, USA, 2007. June.
5. Бахрушин А. П. Спектральный анализ видеок кадров на основе системы импульсных функций с целью синхронизации процессов внедрения и поиска цифровых водяных знаков // Вестник ТОГУ. 2008.