



УДК 624.21.012.45

© И. Ю. Белуцкий, 2006

## ОЦЕНКА СИЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛИТЫ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ КОНСТРУКЦИИ СО СВЯЗУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ПРИ ДИСКРЕТНОЙ ИХ ПОСТАНОВКЕ

*Белуцкий И. Ю.* – д-р техн. наук, проф. кафедры "Мосты, основания и фундаменты" (ТОГУ)

Представлены решения по оценке характера распределения усилий в локальной области плиты при взаимодействии ее с жестким упором. Решения получены на основе условия совместности фибровых деформаций, условно выделенных из плиты продольных полосок, поперечные сечения которых не остаются плоскими под влиянием переменных по длине погонных сил.

Some solutions for estimating force distribution in a local slab area when it's interacting with a rigid dog are submitted. The results obtained are based on conditions of compatibility of fiber deformations of arbitrarily separated longitudinal slab strips, with their cross sections not remaining flat under the influence of variable in length linear forces.

Обозначенный вопрос имеет интерес с позиции оценки факторов влияния на работоспособность соединения железобетонной плиты и металлической балки сталежелезобетонной конструкции и представляется актуальным в связи с реальной перспективой рассмотрения сталежелезобетонных мостов как объектов реконструкции.

Вполне вероятно при этом, что объединение стальной и железобетонной частей сечения сохранит конструктивное оформление в виде жестких упоров, распространенных в сталежелезобетонных мостах как практически единственный вид связующих элементов.

Взаимодействие балок и плиты по их контакту может быть представлено погонными силами  $t$ , равными в двубалочном пролетном строении при естественной симметрии постоянных нагрузок второй стадии и в случае симметрии временной нагрузки (рисунок, *a*). При эксцентричном ее воздействии очевидно будет неравенство погонных сил  $t$  по осям балок. Однако пример в работе [1] показывает, что это различие

обусловлено силовыми факторами стесненного и свободного кручения и несущественное в количественном отношении в сравнении с усилиями прямого поперечного изгиба не может повлиять на принципиальное решение поставленного вопроса.

В отмеченной связи оценка локальных эффектов в области взаимодействия жесткого упора с бетоном плиты проведена при симметрии и равенстве погонных сил  $t$  (рисунок, б). Очевидно, симметрия будет иметь место и в картине напряженно-деформированного состояния локальных областей одноименных упоров в симметрично расположенных поперечных сечениях балок.

Это, в свою очередь, позволяет при рассмотрении вопроса воспользоваться полученными ранее решениями по оценке касательных напряжений в плите проезда пролетного строения в условиях работы его по схеме прямого поперечного изгиба [2] и ограничиться областью плиты в зоне расположения одного или ряда упоров по оси одной из балок.

В соответствии с [2] при учете направления и знака продольных деформаций для касательных напряжений по вертикальным плоскостям продольных сечений плиты на правой ее консоли и на участке между балками будут справедливы выражения (рисунок, б)

$$\tau_x = -\frac{2t}{b_{nl}h_{nl}}\left(\frac{b_{nl}}{2} - b_i\right), \quad \text{при } 0,5b < x = b_i \leq 0,5b_{nl}; \quad (1)$$

$$\tau_{cp} = \frac{2tb_i}{b_{nl}h_{nl}}, \quad \text{при } -0,5b < x = b_i < 0,5b_{nl}. \quad (2)$$

Нормальные напряжения в плите с учетом влияния деформации (искривления) сечений под действием касательных напряжений будут представлены выражением

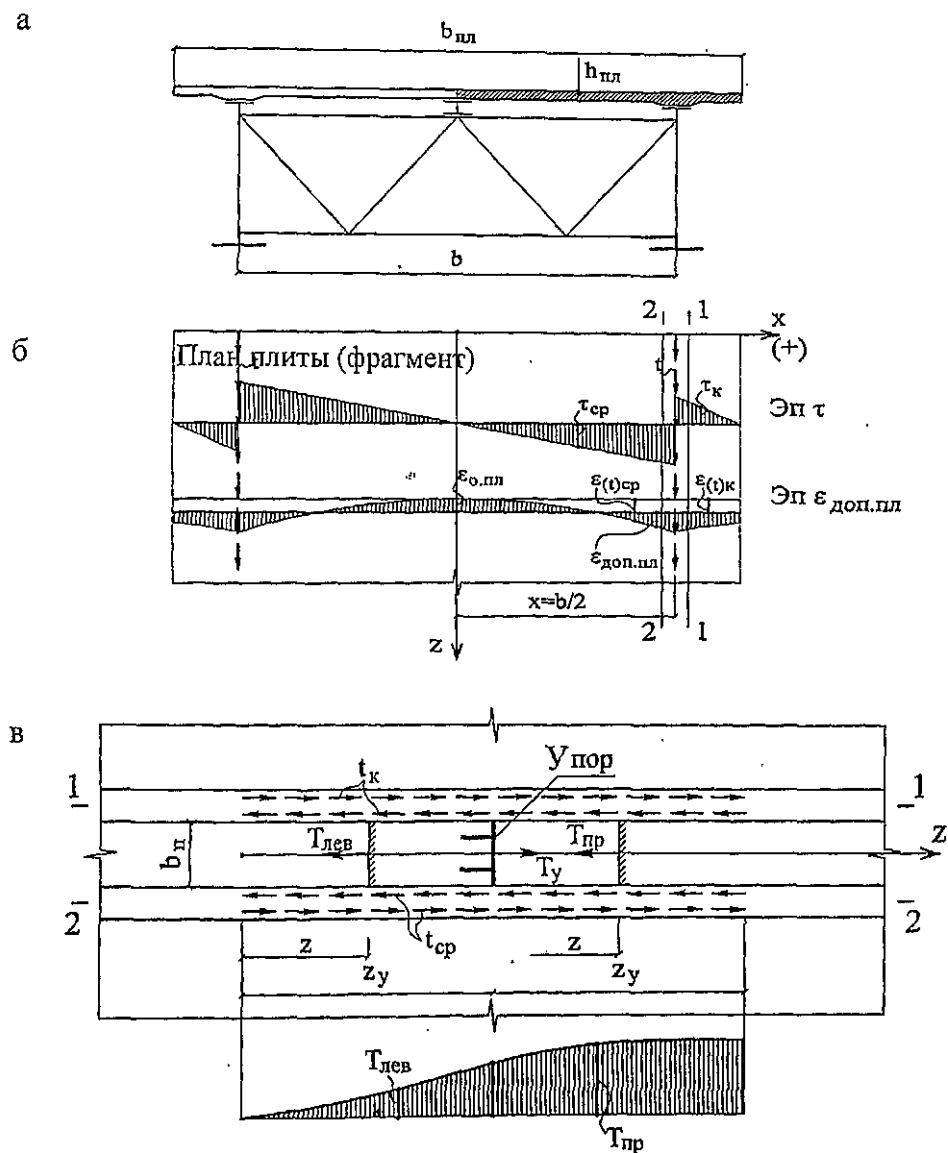
$$\sigma = -\frac{T}{A_{nl}} + E_b \varepsilon_{доп.пл} = -\frac{2T}{b_{nl}h_{nl}} E_b \varepsilon_{доп.пл}, \quad (3)$$

где  $A_{nl} = 0,5b_{nl}h_{nl}$  – площадь сечения плиты, учитываемая при оценке ее силового взаимодействия с одной балкой;

$\varepsilon_{доп.пл}$  – дополнительные относительные деформации продольных волокон

$$\varepsilon_{доп.пл} = \varepsilon_{(t)} + \varepsilon_{o,пл}. \quad (4)$$

В выражении (4) первое слагаемое  $\varepsilon_{(t)}$  отражает продольные относительные деформации плиты в связи с искривлением сечений при  $T''=t \neq 0$ , второе слагаемое  $\varepsilon_{o,пл}$  – относительные деформации, обеспечивающие ненарушение условия равновесия нормальных напряжений в сечении и отыскиваемые в соответствии с алгоритмом [2].



К построению расчетной схемы по оценке характера распределения  
усилий  $T$  в продольных сечениях плиты:  
а – поперечное сечение пролетного строения;  
б – эпюры касательных напряжений  $\tau$  и относительных деформаций  
продольных волокон плиты  $\epsilon_{\text{доп.пл}}$ ;  
в – схема взаимодействия условно выделенных полосок по продоль-  
ным сечениям



Таким образом, первое слагаемое на участке плиты между балками  $\varepsilon_{(t)cp}$  и на консольной части плиты  $\varepsilon_{(t)к}$  соответственно (рисунок, б)

$$\varepsilon_{(t)cp} = \frac{T'' b_i^2}{G_b b_{nl} h_{nl}}, \quad \text{при } -0,5b < x = b_i < 0,5b_{nl}, \quad (5)$$

$$\varepsilon_{(t)к} = -\frac{2T''}{G_b b_{nl} h_{nl}} \left( \frac{b_{nl} b_i}{2} - \frac{b_{nl} b}{4} - \frac{b_i^2}{2} \right), \quad \text{при } 0,5b < x = b_i < 0,5b_{nl}; \quad (6)$$

второе слагаемое, постоянное на всей ширине плиты

$$\varepsilon_{o,nl} = \frac{T''}{G_b h_{nl}} \left( \frac{b}{2} - \frac{b_{nl}}{6} - \frac{b^2}{4b_{nl}} \right). \quad (7)$$

Для продольного сечения по оси балки дополнительные деформации плиты  $\varepsilon_{доп,nl}$  по (4) с учетом  $\varepsilon_{(t)cp}$  по (5) или  $\varepsilon_{(t)к}$  по (6) и  $\varepsilon_{o,nl}$  по (7) при  $x = 0,5b$  равны

$$\varepsilon_{доп,nl} = T'' \chi_{nl}, \quad \text{где } \chi_{nl} = \frac{1}{G_b h_{nl}} \left( \frac{b^2}{2b_{nl}} - \frac{b}{2} + \frac{b_{nl}}{6} \right). \quad (8)$$

Для детализации локальных эффектов в области упоров разделим плиту вертикальными продольными плоскостями 1-1 и 2-2 на части-плоскости, представляющие: консольный свес плиты; ориентированную над верхним поясом балки полосу с шириной  $b_n$ , равной ширине жестких упоров; среднюю часть плиты, заключенную между балками. Силовое взаимодействие отдельных полосок заменим системой взаимно уравновешенных погонных сил  $t_k$  и  $t_{cp}$  (рисунок, в).

С учетом малости  $b_n$  по отношению к  $b$ ,  $b_{nl}$  в реальных конструкциях принято, что узкая полоска плиты над верхним поясом балки испытывает преимущественно продольные деформации, а для консольной и средней полосок плиты характерным являются деформации депланированных сечений под действием погонных сил по краям полосок.

Принимая справедливым зависимости (1) и (2) для локальной области взаимодействия упора с бетоном плиты можно определить значения интенсивности погонных сил  $t_k$  и  $t_{cp}$ , их результирующие значения  $T_k$  и  $T_{cp}$  на локальном участке продольных сечений 1-1 и 2-2 в зависимости от суммарного усилия  $T = T_k + T_{cp}$ , воздействующего на полоску плиты, заключенную между сечениями 1-1 и 2-2; считая для этих сечений  $x \cong b/2$ , на основе (1), (2) получены

$$t_k = \tau_k h_{nl} = t \frac{b_{nl} - b}{b_{nl}}, \quad t_{cp} = \tau_{cp} h_{nl} = t \frac{b}{b_{nl}}; \quad (9), (10)$$



$$T_k = T \frac{b_{nl} - b}{b_{nl}} = \alpha_k T, \quad T_{cp} = T \frac{b}{b_{nl}} = (1 - \alpha_k) T. \quad (11), (12)$$

Характер изменения локальных погонных сил раскрывается на основе равенства фибровых относительных деформаций полосок плиты, обусловленных действием суммарного усилия  $T$  в полоске плиты между сечениями 1-1 и 2-2, испытывающей продольные деформации; результирующего усилия  $T_k$  в консольной полоске и  $T_{cp}$  в средней полоске с учетом дополнительных деформаций искривленных поперечных сечений по (8).

Для области бетона слева от упора (рисунок, в) по плоскости сечений 1-1 и 2-2 условия ненарушения сплошности имеют вид

$$\varepsilon_{nl,n} - \varepsilon_{nl,k} = 0, \quad \varepsilon_{nl,n} - \varepsilon_{nl,cp} = 0, \quad (13), (14)$$

$$\text{где } \varepsilon_{nl,n} = \frac{T_{лев}}{E_b A_{nl,n}}, \quad \varepsilon_{nl,k} = -\frac{T_{к.лев}}{E_b A_{nl,k}} + T_{лев}'' \chi_{nl}, \quad (15), (16)$$

$$\varepsilon_{nl,cp} = -\frac{T_{cp,лев}}{E_b A_{nl,cp}} + T_{лев}'' \chi_{nl}. \quad (17)$$

Для соотношения суммарного усилия  $T_{лев}$  и его слагаемых  $T_{к.лев}$ ,  $T_{cp,лев}$  как интервалов  $t_{лев}$ ,  $t_{к.лев}$ ,  $t_{cp,лев}$  на участке  $0-z$  по продольным сечениям 1-1 и 2-2

$$T_{лев} = \int_0^z t_{лев} dz, \quad T_{к.лев} = \int_0^z t_{к.лев} dz, \quad (18), (19)$$

$$T_{cp,лев} = \int_0^z t_{cp,лев} dz, \quad (20)$$

приняты справедливыми зависимости (9)-(12).

Площадь поперечного сечения полоски  $A_{nl,n}$  в (15) определяется ее шириной  $b_n$  и толщиной плиты с учетом геометрии вута. При определении площади поперечного сечения консольной  $A_{nl,k}$  и средней  $A_{nl,cp}$  полосок плиты в (16), (17) логично сохранить ранее принятые допущения о малости  $b_n$  по отношению к  $b_{nl}$ ,  $b$ , так что

$$A_{nl,k} = 0,5 (b_{nl} - b) h_{nl}, \quad A_{nl,cp} = 0,5 b h_{nl}, \quad (21), (22)$$

при  $A_{nl} = A_{nl,k} + A_{nl,cp} = 0,5 b_{nl} h_{nl}$ .

Таким образом, с учетом принятой версии соотношений  $T_{лев}$ ,  $T_{к.лев}$ ,  $T_{cp,лев}$  и геометрических характеристик  $A_{nl,n}$ ,  $A_{nl,k}$ ,  $A_{nl,cp}$  для оценки локальных эффектов достаточно одного из условий (13), (14) после подстановки (15), (16), (17), представляющих аналогичные дифференциальные уравнения вида



$$T_{лев}'' \chi_{пл} - \frac{T_{лев}}{E_b} \left( \frac{1}{A_{пл.н}} + \frac{1}{0,5b_{пл}h_{пл}} \right) = 0 \quad (23)$$

с решением

$$T_{лев} = c_1 e^{kz} + c_2 e^{-kz}, \text{ где } k = \sqrt{\frac{A_{пл} + A_{пл.н}}{\chi_{пл} E_b A_{пл.н} A_{пл}}} \quad (24)$$

Для области бетона справа от упора условие совместности фибровых деформаций рассмотрено лишь для продольного сечения 1-1 с учетом установленной выше аналогии условий ненарушения сплошности по (13), (14) для продольных плоскостей сечений 1-1 и 2-2. Таким образом, при справедливости в общем виде выражения (13) его слагаемые для области бетона справа от упора равны:

$$\varepsilon_{пл.н} = \frac{T_{нр}}{E_b A_{пл.н}} - \frac{T_y}{E_b A_{пл.н}}; \varepsilon_{пл.к} = -\frac{T_{к.нр}}{E_b A_{пл.к}} + T_{нр}'' \chi_{пл} \quad (25), (26)$$

Подстановка (25), (26) в условие (13) с учетом соотношения  $T_{к.нр} = T_{нр} (b_{пл} - b)/b_{пл}$  по зависимости (11) приводит к дифференциальному уравнению

$$T_{нр}'' \chi_{пл} - \frac{T_{нр}}{E_b} \left( \frac{1}{A_{пл.н}} + \frac{1}{0,5b_{пл}h_{пл}} \right) = -\frac{T_y}{E_b A_{пл.н}}, \quad (27)$$

решением которого является

$$T = c_3 e^{kz} + c_4 e^{-kz} + T_0, \quad (28)$$

$$\text{где } k = \sqrt{\frac{A_{пл} + A_{пл.н}}{\chi_{пл} E_b A_{пл.н} A_{пл}}}, T_0 = T_y \frac{A_{пл}}{A_{пл} + A_{пл.н}} \quad (29), (30)$$

При отыскании постоянных коэффициентов  $c_1, c_2, c_3, c_4$  решений (24), (28) предположено, что:

- область силового взаимодействия упора с бетоном плиты с левой и правой сторон ограничена отстоящими на расстоянии  $z_y$  от оси упора сечениями, для которых на левой стороне при  $z = 0$  усилие  $T_{лев}$  практически равно нулю, на правой стороне при  $z = 2z_y$  напряжения в полоске плиты  $\sigma_{пл.н} = \varepsilon_{пл.н} E_b$  с учетом (25) и напряжения в консольной части плиты  $\sigma_{пл.к} = \varepsilon_{пл.к} E_b$  с учетом (26) отражают напряжения, лишенные влияния деформации сечения плиты ( $T_{нр}'' \cong 0$ ) и равномерно распределенные по всей ее площади  $A_{пл}$  от усилия  $T_y$ , т.е.

$$\sigma_{пл.н} = (T_{нр} - T_y)/A_{пл.н} = -T_y/A_{пл.н}; \Rightarrow \Rightarrow T_{нр} = T_y (A_{пл} - A_{пл.н})/A_{пл} \quad (31)$$

- для сечения, совпадающего с осью упора, справедливы равенства функций  $T_{лев}, T_{нр}$  и их производных  $T'_{лев}, T'_{нр}$ .

Таким образом, при граничных условиях



$$z = 0, T_{лев} = 0: \quad c_1 e^{\kappa_1 \cdot 0} + c_2 e^{-\kappa_1 \cdot 0} = 0; \quad (32)$$

$$z = z_y, T_{лев} = T_{np}: \quad c_1 e^{\kappa_1 z_y} + c_2 e^{-\kappa_1 z_y} = c_3 e^{\kappa_1 z_y} + c_4 e^{-\kappa_1 z_y} + T_0; \quad (33)$$

$$z = z_y, T'_{лев} = T'_{np}: \quad c_1 e^{\kappa_1 z_y} - c_2 e^{-\kappa_1 z_y} = c_3 e^{\kappa_1 z_y} - c_4 e^{-\kappa_1 z_y}; \quad (34)$$

$$z = 2z_y, T_{np} = c_3 e^{2\kappa_1 z_y} + c_4 e^{-2\kappa_1 z_y} + T_0 = T_y (A_{nn} - A_{nn.n}) / A_{nn}, \quad (35)$$

получено из (32)

$$c_1 = -c_2 \quad (36)$$

и при совместном решении условий (33)-(35) как системы с учетом (36) найдены

$$c_1 = \frac{c_3 e^{\kappa_1 z_y} - c_4 e^{-\kappa_1 z_y}}{e^{\kappa_1 z_y} + e^{-\kappa_1 z_y}}, \quad c_3 = \frac{T_0 + c_4 e^{-\kappa_1 z_y} (\kappa_1 + 1)}{e^{\kappa_1 z_y} (\kappa_1 - 1)}, \quad (37), (38)$$

$$c_4 = \frac{T_y \frac{A_{nn} - A_{nn.n}}{A_{nn}} - T_0 \left( 1 + \frac{e^{\kappa_1 z_y}}{\kappa_1 - 1} \right)}{e^{-2\kappa_1 z_y} + \frac{\kappa_1 + 1}{\kappa_1 - 1}}, \quad \text{где } \frac{e^{\kappa_1 z_y} - e^{-\kappa_1 z_y}}{e^{\kappa_1 z_y} + e^{-\kappa_1 z_y}}. \quad (39), (40)$$

В целях определенности решений (24), (28) длина участка  $z_y$  практически значимого влияния локального эффекта может быть найдена из условия ограничения в функциях (24), (28) составляющей  $e^{\pm \kappa_1 z_y}$  величиной погрешности  $\Delta$  в виде

$$\Delta = e^{-\kappa_1 z_y} / e^{\kappa_1 z_y}. \quad (41)$$

Тогда при регламенте погрешности  $\Delta = P/100$  путем задания точности вычислений  $P$  (в данном случае в процентах) определится длина участка  $z_y$

$$P/100 = e^{-\kappa_1 z_y} / e^{\kappa_1 z_y} \Rightarrow z_y = \ln(100/P) / 2\kappa_1. \quad (42)$$

Полученные результаты, раскрывающие характер взаимодействия упора с бетоном плиты, основаны на предположении целостности ее сечений. Такой подход позволил в достаточно лаконичной форме представить выражения  $T_{лев}$ ,  $T_{np}$ , определить в продольных сечениях плиты погонные силы  $t_{лев} = T'_{лев}$ ,  $t_{np} = T'_{np}$ , на основе погонных сил можно определить касательные напряжения на консолях плиты и участке ее между балками по выражениям (1), (2), для нормальных напряжений в поперечных сечениях плиты использовать выражения (3).

Все это создает предпосылки для характеристики и анализа напряженного состояния при оценке работоспособности плиты в эксплуатируемых мостах, при выборе геометрии ее поперечного сечения, конструктивного решения связующих элементов или их модификации в проработке вариантов реконструкции.



Логика и целесообразность в этом определенно имеет место. Экспресс-оценка напряженного состояния плиты в составе сталежелезобетонного пролетного строения проектировки ЦНИИПСК № 43282 показала, что в непосредственной зоне контакта с упором при  $z \geq z_y$ , сжимающие напряжения почти на порядок больше средних напряжений в сечении  $z \geq 2z_y$ , где можно считать завершившимся процесс передачи усилия с упора на бетон. Растягивающие напряжения в совокупности с касательными напряжениями в области бетона при  $z \leq z_y$  в оценке главных напряжений указывают на причины появления трещин в плите, их положение и ориентацию в области расположения упора.

Представляется немаловажным отметить то, как следует из выражений (24), (29), (42), что определяющим характер изменения усилий и степень локализации напряжений является коэффициент  $k$ . Зависимость его от жесткостных параметров акцентирует внимание на возможности управления напряженным состоянием путем более интенсивного и непрерывного армирования областей бетона, расположенных над балками, жесткого соединения с упором продольных стержней арматуры, сочетание их с армоэлементами, ориентированными вдоль главных растягивающих напряжений.

Необходимость проработки и реализации отмеченных конструктивных решений на основе оценки напряженного состояния плиты очевидна. Результаты обследования указывают на то, что в эксплуатируемых сталежелезобетонных пролетных строениях в первой от опорного сечения четверти нередки косые трещины в плите, исходящие из узлов постановки жестких упоров. В случае развития плиты под большие габариты проезда интенсивность сил по контакту балки и плиты возрастает так же, как актуальность полученных решений.

### Библиографические ссылки

1. Белуцкий И. Ю., Беляков С. А., Осмоловский А. С. Оценка касательных напряжений в плите проезда как элементе пространственной системы сталежелезобетонного пролетного строения // Дальний Восток. Автомобильные дороги и безопасность движения: Региональный ежегодный сборник науч. тр. Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003. Вып. 3.

2. Белуцкий И. Ю. Совершенствование методов оценки работоспособности эксплуатируемых сталежелезобетонных пролетных строений. Владивосток: Дальнаука, 2003.