



УДК 624.074.415.624.072.2

© В. А. Кравчук, 2006

ЭФФЕКТИВНЫЕ СТАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Кравчук В. А. – д-р техн. наук, проф. кафедры «Строительные конструкции» (ТОГУ)

Решить основную задачу проектирования строительных металлических конструкций – повышение несущей способности при снижении их массы и стоимости – можно посредством предварительного напряжения и применения в наиболее нагруженных участках балок и колонн, занимающих около 60 % объема каркасов зданий и сооружений, сталей повышенной и высокой прочности.

To solve the primary goal of designing building metal structures – increasing bearing ability with reducing in their weight and cost – is possible by means of a preliminary pressure and application in the most loaded sites of beams and the columns borrowing about 60 % of buildings skeletons volume and constructions, steels of raised and high durability.

Исследования, выполненные в ЦНИИПСК, показали, что по сравнению с железобетонными металлические строительные конструкции позволяют снизить трудоемкость изготовления до 50–80 %, трудоемкость монтажа до 25 %, а стоимость металлических каркасов на 12–24 % [9]. При строительстве в районах со слаборазвитой базой стройиндустрии и сетью дорог металлические конструкции могут оказаться единственными, позволяющими повысить эффективность капитальных вложений. Поэтому очевидно, что создание и совершенствование их конструктивных форм с целью решения основных технико-экономических задач в области строительства, включающих в себя снижение массы конструкций, повышение производительности труда при изготовлении и монтаже, повышение скорости возведения зданий и сооружений, снижение стоимости проектирования, изготовления и монтажа конструкций, является важнейшей народно-хозяйственной задачей.

Из совокупности факторов, обеспечивающих решение указанной задачи, определяющими являются применение сталей повышенной прочности и прогрессивных конструктивных форм, в т. ч. предварительно напряженных.

Наибольшее распространение в практике строительства получили конструкции, предварительное напряжение в которых осуществлено помощью затяжек, устанавливаемых в районе нижнего пояса, или повторяющих эпюру моментов изгибаемых конструкций. Экспериментальные и теоретические исследования таких конструкций показали, что наблюдается повышение жесткости конструкций, модуля упругости материала затяжек, увеличение области упругой работы материала. Повышается также местная и общая устойчивость как конструктивных элементов, так и конструкции в целом. Исследования, проведенные А. Б. Пуховским [10], свидетельствуют о том, что предварительное напряжение повышает динамические характеристики несущей способности балок. Весьма эффективным может быть предварительное напряжение при усилении всех видов конструкций. В ряде случаев оно оказывается единственным способом, позволяющим продлить срок эксплуатации.

Вместе с тем отметим, что способ предварительного напряжения посредством затяжек имеет ряд существенных недостатков. Отпуск металла затяжек снижает уровень предварительного напряжения до 5 % и увеличиваются трудозатраты на изготовление и расход металла на анкеры устройства и элементы, предотвращающие провисание затяжек [1]; в месте крепления затяжек появляются локальные напряжения, превышающие предел текучести материала, что увеличивает вероятность хрупких разрушений металла и снижает выносливость конструкций [2]. В процессе изготовления балок существует вероятность смещения центра тяжести затяжки с центра тяжести сечения, что ведет к его деформации и потере общей устойчивости конструкции.

Таким образом, назрела необходимость поиска способов предварительного напряжения, исключающих недостатки, присущие предварительному напряжению затяжками. Работы В. М. Вахуркина [4], А. А. Зевина и В. А. Стефановского [6], М. Лубински Я. Карчевски [8], В. В. Бирюлева [3] и др., предлагающих создавать предварительное напряжение в металлических конструкциях беззатяжечным способом посредством деформирования или целой конструкции, или отдельных ее элементов, положили начало развитию нового направления – беззатяжечному предварительному напряжению металлических конструкций.

В Тихоокеанском государственном университете проведены исследования балок и колонн, предварительно напряженных, способ отличаящимся от известных (изгиб стенки, деформирование пояса) более высокой технологичностью и не уступающим им по эффективности. Суть способа в том, что предварительное напряжение в сплошнотенчатых конструкциях создается вытяжкой стенки в продольн



направлении до появления в ее материале напряжений, равных расчетному сопротивлению, с последующей анкеровкой преднапряженной стенки в верхнем поясе и снятием усилий ее предварительного напряжения. После этой операции к тавру присоединяется нижний пояс.

Предварительные нормальные напряжения

По высоте стенки тавра (элемента балки на стадии ее напряженного состояния) получена асимметричная эпюра напряжений с максимальными значениями предварительных растягивающих напряжений

$$\sigma_{wb}^c = 4 R_y \gamma_o / (4\gamma_o + 1) \quad (1)$$

в верхней зоне стенки; сжимающими предварительными напряжениями

$$\sigma_{wn}^c = 2 R_y \gamma_o / (4\gamma_o + 1) \quad (2)$$

в нижней зоне. Верхний пояс получает предварительные сжимающие напряжения

$$\sigma_{fa}^c = -R_y / (4\gamma_o + 1), \quad (3)$$

а нижний пояс остается без них.

В формулах (1)–(3) R_y – расчетное сопротивление материала стенки; $\gamma_o = A_{f,a} / A_w$ – соотношение площадей верхнего пояса $A_{f,a}$ и стенки A_w .

Напряжения от внешней нагрузки

Предварительно напряженные балки нагружаются так, чтобы суммарные (от предварительного напряжения и внешней нагрузки) напряжения в верхней зоне стенки не превышали ее расчетного сопротивления. В таком случае суммарные напряжения по сечению окажутся равными:

$$\sigma_{fa}^c = \beta R_y; \quad \sigma_{wa}^c = R_y; \quad \sigma_{fn}^c = \beta R_y; \quad \sigma_{wn}^c = R_y (6\gamma_o + 1) / (4\gamma_o + 1). \quad (4)$$

Здесь σ_{fa}^c ; σ_{wa}^c ; σ_{fn}^c ; σ_{wn}^c – суммарные напряжения соответственно в верхнем поясе, верхней и нижней зонах стенки и нижнем поясе. Нижняя зона стенки при указанном напряженном состоянии в зоне максимального изгибающего момента находится в пластическом состоянии.

Несущая способность балки

Несущая способность балки находится из условия равенства моментов внешних нагрузок и внутренних усилий.

$$M \leq [M] = CR_y A_w n_w A, \quad (5)$$

где M – момент внешних нагрузок; $[M]$ – момент внутренних усилий



лий; A – площадь сечения балки; n_w – гибкость стенки; C – многофункциональный параметр, зависящий от коэффициента асимметрии K :

$$C = \left[\frac{6-4K}{15K-10} + \frac{74K^2-40K^3-32K+4}{15K^3+5K^2-10K} + \frac{4K^2-4}{45K^2-30} + \frac{K-1}{K+1} \right] \sqrt{\frac{(K-1)10K}{(K+1)(3K-2)}}, \quad (6)$$

$$K = W_{x.g} / W_{x.n};$$

$W_{x.g}, W_{x.n}$ – соответственно момент сопротивления крайней верхней и нижней зон сечения балки.

Минимизация параметра C ($dC/dK = 0$) позволяет установить, что $C^{opt} = 0,427$ при $K = 1,1$. С учетом изложенного получены оптимальные параметры распределения материала по сечению предварительно напряженных балок (ПНБ):

$$\gamma_w^{opt} = A_w / A = 0,403;$$

$$\gamma_{f.g}^{opt} = A_{f.g} / A = 0,322; \quad (7)$$

$$\gamma_{f.n}^{opt} = A_{f.n} / A = 0,275.$$

Требуемая площадь

Требуемая площадь поперечного сечения ПНБ находится из неравенства (5):

$$A^{mp} = \sqrt[3]{M^2 / C^2 R_y^2 n_w}. \quad (8)$$

На стадии предварительного напряжения ПНБ получает еще и начальную погибь, противоположную прогибу от внешней нагрузки.

$$f_o = \frac{1}{EI_{x,l}} \left[\int_0^{l/6} M_o \left(\frac{6x}{l} \right)^{2/3} dx + \int_{l/6}^{l/2} M_o x dx \right] = \frac{M_o l^2}{8,3 EI_{x,l}}, \quad (9)$$

где M_o – момент усилий предварительного напряжения.

$$M_o = 0,0786 R_y A h; \quad (10)$$

$EI_{x,l}$ – жесткость конструкции на стадии ее предварительного напряжения.

$$EI_{x,l} = EI_x / 1,7466. \quad (11)$$

Высота поперечного сечения

Высота поперечного сечения балок ПНБ и предварительно напряженных колонн (ПНК) из условия обеспечения прочности

$$h = A \gamma_w n_w, \quad (12)$$

и жесткости



$$h_{min} = \frac{1}{n_o} \left[\frac{CR_y \cdot 1,36}{\gamma_w^{1/2} BE} - 0,00129 \right] \quad (13)$$

Здесь n_o – относительный прогиб.

$$B = 12K - 2\gamma_w [1 + K(K + 2)] / (K + 1)^2; \quad (14)$$

E – модуль упругости материала ПНБ (ПНК); C – по зависимости (6).

Толщина стенки

Толщина стенки из условия обеспечения ее прочности

$$t_w = 1,888 Q_x / h R_y; \quad (15)$$

местной устойчивости

$$t_w = (d^2 R_y / 10,3E)^{1/2}; \quad (16)$$

допустимой гибкости

$$t_w = h_{min} / n_w. \quad (17)$$

В формулах (15)–(17) Q_x – опорная реакция ПНБ; d – меньшая сторона стенки, ограниченной опорным и промежуточным ребрами жесткости.

$$d = 4650 h t_w / (h^2 R_{yn} - t_w^2 - 164388800)^{1/2}, \quad (18)$$

где R_{yn} – предел текучести материала стенки.

Местная устойчивость

В основу исследования местной устойчивости элементов поперечного сечения ПНБ и ПНК положен энергетический принцип.

Устойчивость стенки ПНБ характеризуется зависимостью

$$\sigma_{cr} = 24,936 D \pi^2 (t_w / h)^2, \quad (19)$$

а ПНК

$$\sigma_{cr} = 40,56 D \pi^2 (t_w / h)^2. \quad (20)$$

Анализ формул (19)–(20) свидетельствует о том, что местная устойчивость стенки ПНБ и ПНК повышается в 4,0–4,5 раза по сравнению со стенками обычных конструкций. Верхний пояс ПНБ и ПНК на стадии изготовления конструкций получает дополнительные сжимающие напряжения, поэтому его местная устойчивость снижается на их величину. Соотношение ширины свеса полки к его толщине можно определить зависимостью

$$b_{ef} / t_f = 93 / (\sigma_{je}^e + R_{yn})^{1/2}. \quad (21)$$

Жесткость ПНБ и ПНК

Жесткость ПНБ и ПНК, нижняя зона стенки которых находится в состоянии упругопластического деформирования, оценивается в сравнении с жесткостью ПНК, материал которых работает в упругой области. Эта задача решается на основе выражения приведенного модуля



упругости

$$T = (EI_1 + E_3 I_2) / I_x, \quad (2)$$

где I_1 – момент инерции относительно нейтральной оси материала, находящегося в упругом состоянии; I_2 – то же в упругопластическом состоянии; I_x – момент инерции всего сечения; E_3 – эквивалентный модуль упругости, который находится из выражений кривизны сопоставляемых конструкций.

$$E_3 = EM_{nn} / M_x. \quad (2)$$

Подстановка соответствующих параметров в формулы (22) и (2) свидетельствует о том, что приведенный модуль упругости материала ПНБ

$$T_{\text{ПНБ}} = 1,023E, \quad (2)$$

а ПНК

$$T_{\text{ПНК}} = 1,1378E. \quad (2)$$

Увеличение приведенного модуля следует рассматривать не как повышение модуля упругости материала, а как повышение упругости всей конструкции за счет влияния предварительного напряжения, приносящего упругую работу материала, повышающего местную жесткость стенки, снижающего прогибы конструкции, возникающие в стенках ПНБ и ПНК главных предварительных напряжений, противоположных соответствующим напряжениям от внешней нагрузки.

Обобщенное напряженное состояние конструкции

Поскольку картина распределения напряжений, описанная выше отражает не полностью напряженное состояние балки, здесь предпринимается попытка изучения обобщенного напряженного состояния элементов исследуемой конструкции.

Известно, что при одноосном деформировании конструкции напряженное состояние любой элементарной площадки с нормалью, наклонной под углом α к горизонту, может быть определено выражениями:

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \sigma_x^{v(n)} \cos^2 \alpha; \tau_{\alpha\alpha} = \sigma_x^{v(n)} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma_x^{v(n)}}{2} \sin 2\alpha. \quad (2)$$

Здесь $\sigma_{\alpha\alpha}, \tau_{\alpha\alpha}$ – нормальные и касательные напряжения по наклонной площадке, вызванные предварительными напряжениями; $\sigma_x^{v(n)}$ – предварительные нормальные напряжения в крайней верхней и нижней зонах стенки.

Под действием внешней нагрузки по этим же площадкам возникают напряжения, определяемые зависимостями:

$$\sigma_{\alpha 1} = \sigma_{x1} \cos^2 \alpha + \tau_{x1} \sin 2\alpha; \tau_{\alpha 1} = \sigma_{x1} \sin 2\alpha / 2 - \tau_{x1} \cos 2\alpha, \quad (2)$$



где σ_{x1}, τ_{x1} – напряжения по площадкам, нормальным к горизонтали.

Поскольку предварительные напряжения противоположны по знаку напряжениям от внешней нагрузки, то суммарные напряжения по элементарным площадкам равны:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha} &= \sigma_{\alpha 1} - \sigma_{\alpha 0} = \sigma_{x1} \cos^2 \alpha + \tau_{x1} \sin 2\alpha; \\ \tau_{\alpha} &= \tau_{\alpha 1} - \tau_{\alpha 0} = \tau_{x1} \sin 2\alpha / 2 - \tau_{x1} \cos 2\alpha - \sigma_x^{v(n)} \sin \alpha \cos \alpha.\end{aligned}\quad (28)$$

Для случая когда $\alpha = 0, \sigma_{\alpha} = \sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)}, \tau_{\alpha} = \tau_{x1}$. Это свидетельствует о том, что нормальные напряжения равны разности между напряжениями от внешней нагрузки и предварительными; предварительные касательные напряжения равны напряжениям от внешней нагрузки.

Угол наклона площадок с главными нормальными напряжениями будет найден, если приравнять нулю производную от σ_{α} по α :

$$d\sigma_{\alpha} / d\alpha = -\sigma_{x1} \sin 2\alpha + 2\tau_{x1} \cos 2\alpha + \sigma_x^{v(n)} \sin 2\alpha. \quad (29)$$

Сравнивая полученные значения с τ_{α} , находим, что $d\sigma_{\alpha} / d\alpha = -2\tau_{\alpha} = 0$, т. е. по площадкам, где действуют главные нормальные напряжения, касательные напряжения равны нулю.

Разделив выражение (28) на $\cos 2\alpha$, получим

$$\operatorname{tg} 2\alpha = 2\tau_x / (\sigma_x - \sigma_x^{v(n)}). \quad (30)$$

Максимальные касательные напряжения будут действовать по площадкам, наклоненным к горизонту под углом α_2 . Указанный угол найдется из зависимости

$$d\tau_{\alpha} / d\alpha = \tau_{x1} \cos 2\alpha + 2\tau_{x1} \sin 2\alpha - \sigma_x^{v(n)} \cos 2\alpha. \quad (31)$$

Разделив последнее выражение на $\cos 2\alpha$, имеем

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)}) / 2\tau_{x1}. \quad (32)$$

Выражения (30) и (32) свидетельствуют о том, что предварительные напряжения оказывают влияние на изменение угла наклона площадок максимальных напряжений. Последнее обстоятельство должно благоприятно сказываться на напряженном состоянии, поскольку увеличение угла наклона площадок с главными нормальными напряжениями и уменьшение угла с главными касательными напряжениями неизбежно должно привести к уменьшению численных значений напряжений.

Соотношение между углами



$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = -\operatorname{ctg} 2\alpha_2, \text{ т. е. } \alpha_1 = 45^\circ + \alpha_2. \quad (33)$$

Предварительное напряжение стенки посредством вытяжки не оказывает влияния на ориентацию главных нормальных напряжений и напряжений сдвига.

Экстремальные численные значения нормальных напряжений будут найдены, если в формуле (33) заменить угол α на $(\alpha + 90^\circ)$, а затем почленно вычесть и сложить полученные зависимости:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha + \sigma_{\alpha+90} &= \sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)}; \\ \sigma_\alpha - \sigma_{\alpha+90} &= \sigma_{x1} \cos 2\alpha + 2\tau_{x1} \sin 2\alpha - \sigma_x^{v(n)} \cos 2\alpha. \end{aligned} \quad (34)$$

Поскольку

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tau_{x1}}{\sqrt{(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)})^2 + 4\tau_{x1}^2}}; \quad \cos 2\alpha = \frac{\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)}}{\sqrt{(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)})^2 + 4\tau_{x1}^2}}, \text{ то}$$

$$\sigma_\alpha - \sigma_{\alpha+90} = [\sigma_{x1}^2 + 4\tau_{x1}^2 - \sigma_{x1}\sigma_x^{v(n)}] / \sqrt{\sigma_{x1}^2 + 4\tau_{x1}^2}$$

Решая уравнение (34) относительно $\sigma_\alpha, \sigma_{\alpha+90}$, найдем

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \frac{\sigma_{x1}}{2} - \frac{\sigma_x^{v(n)}}{2} + \frac{\sqrt{(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)})^2 + 4\tau_{x1}^2}}{2}; \\ \sigma_{min} &= \frac{\sigma_{x1}}{2} - \frac{\sigma_x^{v(n)}}{2} - \frac{\sqrt{(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)})^2 + 4\tau_{x1}^2}}{2}. \end{aligned} \quad (35)$$

Сопоставляя выражение (35) с экстремальными выражениями $\sigma_{max}, \sigma_{min}$, известными из курса «Сопротивление материалов», найдем, что последний член характеризует влияние предварительного напряжения на численные значения главных нормальных напряжений.

Используя зависимость (33), подставим в выражение (28) соответствующие углы, заменим σ_{x1} на $\sigma_{max}, \sigma_{min}$, получим

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{x1}}{2} - \sigma_x^{v(n)} + \frac{\sqrt{(\sigma_{x1} - \sigma_x^{v(n)})^2 + 4\tau_{x1}^2}}{2}. \quad (36)$$

Касательные напряжения можно найти и на основании результатов прогибов предварительно напряженных конструкций, если воспользоваться уравнением Журавского, предварительно определив величину поперечной нагрузки по зависимости



$$Q = \frac{d^3 y}{dx^3} EI_x = -M_o p \left[\frac{\cos px + \cos p(l-x)}{\sin pl} \right] - \frac{q(2x-l)}{2EI_x}. \quad (37)$$

Максимальная поперечная сила Q будет на опорах, т. е. при $x = 0, x = l$. Подставляя $x = 0$ в выражение (37), получим

$$Q = -M_o p \frac{1 + \cos pl}{\sin pl} - \frac{ql}{2EI_x}. \quad (38)$$

Предельное состояние поперечная нагрузка приобретает в тот момент, когда сжимающее усилие N_o будет равно критическому значению, т. е. $N_o = \pi^2 EI_x / l^2$. Учтем, что при записи выражений (37)–(38) принято соотношение

$$N_o l^2 / 4EI_x = p^2 l^2 / 4. \quad (39)$$

В таком случае $pl = \pi$. Подставляя $pl = \pi$ в выражение (37), получим

$$Q_x = ql / 2. \quad (40)$$

Примем во внимание, что геометрические параметры сечения исследуемой балки определены в работе [11]:

$$S_x = 0,199Ah; I_x = 0,1825Ah^2. \quad (41)$$

С учетом значений статического момента и момента инерции сечения по зависимости (41)

$$\tau = Q_x S_x / I_x t_w = 1,09Q / A_w. \quad (42)$$

Касательное напряжение в обычных балках оптимального поперечного сечения

$$\tau_{ob} = 1,25Q / A_w. \quad (43)$$

Сопоставление значений напряжений по формулам (42) и (43) свидетельствует о том, что уровень касательных напряжений в ПНБ не зависит от величины предварительного напряжения.

Прогибы балок, предварительно напряженных вытяжкой стенки

На стадии изготовления балки подвергаются сжатию и изгибу усилиями предварительного напряжения. Кроме этого, в процессе эксплуатации они нагружаются еще и внешней нагрузкой. Таким образом, при определении прогибов ПНБ следует рассматривать как сжато-изогнутые стержни (рис. 1, а–в).

Исследования проводятся на основании методики, разработанной С. П. Тимошенко [11].

В нормативной литературе, касающейся расчета изгибаемых элементов, прогиб отсчитывается от горизонтали. Поскольку на стадии изготовления ПНБ получают выгиб, противоположный прогибу от

внешней нагрузки, то суммарный прогиб y следует записать как разность между выгибом, вызванным усилиями предварительного напряжения и прогибом от внешней нагрузки.

$$y = \frac{M_o}{N_o} \left[\frac{\sin px + \sin p(l-x)}{\sin pl} - \frac{x}{l} - \frac{l-x}{l} \right] - \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_x}. \quad (4)$$

Здесь M_o – момент усилий предварительного напряжения; N_o – усилие, создающее в балке сжимающее предварительное напряжение; l – пролет ПНБ; x – текущая ордината; p – коэффициент, определяемый из зависимостей:

$$p = \frac{2u}{l}; p^2 = \frac{N_o}{EI_{x,1}}; \frac{N_o l^2}{4EI_{x,1}} = \frac{p^2 l^2}{4} = u^2; u = \frac{pl}{2}; \quad (45)$$

q – внешняя нагрузка, кН/см , в настоящем исследовании она принята в виде равномерно распределенной.

С учетом коэффициентов, приведенных в зависимости (45), сжимающее усилие

$$N_o = 4u^2 EI_x / 1,7466l^2. \quad (4)$$

Максимальный прогиб при любой внешней нагрузке будет концентрироваться ближе к середине конструкции. При равномерно распределенной нагрузке он будет находиться в середине ПНБ.

$$y_{\max(x=l/2)} = \frac{M_o l^2 \cdot 1,7466}{4u^2 EI_x} \left(\frac{2 \sin pl/2}{\sin pl} - 1 \right) - \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_x}. \quad (4)$$

Умножая первое слагаемое на величину $2/2$, получим, что

$$y_{\max(x=l/2)} = y_m \Psi - y_q, \quad (4)$$

где y_m – выгиб ПНБ, вызванный моментом усилий предварительного напряжения.

$$y_m = \frac{M_o l^2 \cdot 1,7466}{8EI_x}; \quad (4)$$

Ψ – коэффициент, характеризующий влияние сжимающего усилия N_o на величину выгиба y_m .

$$\Psi = \frac{2}{u^2} \left(\frac{2 \sin pl/2}{\sin pl} - 1 \right) = \frac{2}{u^2} \left(\frac{2 \sin u}{\sin 2u} - 1 \right);$$

y_q – прогиб, вызванный равномерно распределенной нагрузкой.

$$y_q = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EI_x}. \quad (4)$$

Анализ выражений (28) и (29) свидетельствует о том, что прогиб



u_{max} будет увеличиваться с увеличением параметра u . Максимальное значение прогиб приобретает при $u = pl/2$. Это возможно тогда, когда сжимающее усилие N_o будет приближаться к критическому значению $N_{cr} = \pi^2 EI_x / l^2$ или когда $u = \pi/2 \approx 1,57$. В том случае, когда u бесконечно убывает, сжимающее усилие N_o стремится к нулю и коэффициент ψ будет приближаться к единице (таблица). В связи с изложенным уместно выяснить соотношение между истинным значением сжимающего усилия N_o и его критическим значением.

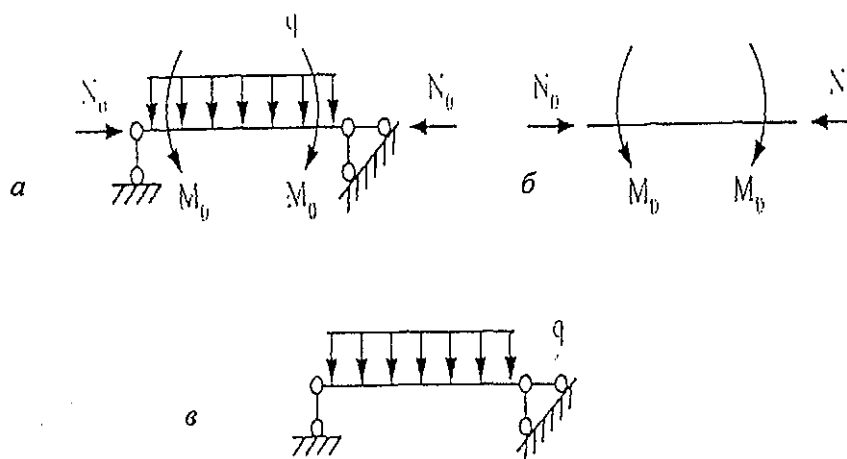


Рис. 1. Расчетная схема:

a – нагрузки, действующие на балку;
б – нагрузки на стадии изготовления; *в* – нагрузки от внешних воздействий

Соотношение параметра u и коэффициента ψ

u	ψ	u	ψ	u	ψ	u	ψ
0,1	1,004	0,5	1,116	0,9	1,500	1,3	3,240
0,2	1,017	0,6	1,175	1,0	1,700	1,4	4,983
0,3	1,039	0,7	1,253	1,1	1,999	1,5	6,949
0,4	1,070	0,8	1,360	1,2	2,444	1,6	11,671

В работе [7] установлено, что

$$N_o = A_w R_y = \gamma_w A R_y = 0,403 A R_y. \quad (51)$$

Здесь A_w – площадь поперечного сечения стенки ПНБ; R_y – расчетное сопротивление материала стенки.

Критическое сжимающее усилие

$$N_{cr} = \pi^2 EI_x / l^2 = 2,778AR_y. \quad (5)$$

В выражении (51) учтено, что момент инерции ПНБ $I_x = 0,199Ah$ отношение высоты балки к ее пролету $h/l=1/15$ [7]; отношение модуля упругости материала ПНБ к расчетному сопротивлению материала стенки $E/R_y = 1000$.

Следовательно, $N_{cr}/N_o = 6,89$, т. е. действующее сжимающее усилие меньше критического значения почти в семь раз. Изложенное дает основание для утверждения, что при определении истинного прогиба ПНБ в выражении для коэффициента ψ следует принять значение $u = \pi/2 \cdot 6,89 = 0,227892$. В таком случае

$$\psi = \frac{2}{u^2} \left(\frac{2 \sin 0,227892}{\sin 0,455782} - 1 \right) = 38,46 \left(\frac{2 \cdot 0,2259}{0,44} - 1 \right) = 1,03. \quad (5)$$

Для ответа на вопрос о количественном влиянии предварительно напряжения на величину истинного прогиба представим прогибы отдельных воздействий в виде:

– прогиба от равномерно распределенной нагрузки

$$\begin{aligned} y_q &= \frac{5ql^2}{384EI_x} = \frac{5 M_x l^2}{48 EI_x} = \frac{5 l^2}{48 EI_x} 0,427R_y A^{3/2} \sqrt{n_w} = \\ &= 0,04448 \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $M_x = ql^2/8$ – момент внешней нагрузки;

$$M_x = [M_x] = 0,427R_y A^{3/2} \sqrt{n_w};$$

– прогиба от момента усилий предварительного напряжения

$$\begin{aligned} y_m &= \frac{M_o l^2}{8EI_x} = \frac{0,16R_y Ahl^2 \cdot 1,7466}{8EI_x} = \frac{0,16 \cdot R_y l^2 A \gamma^{1/2} A^{3/2} \cdot \sqrt{n_w}}{8EI_x} 1,746 = \\ &= 0,022 \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x}. \end{aligned} \quad (5)$$

В выражениях (54) и (55) принято: $n_w = h_w/t_w$ – гибкость стен балки; $M_o = 0,16AR_y h$ – момент усилий предварительного напряжения; $h = A_w n_w = \gamma_w^{1/2} A^{3/2} \sqrt{n_w}$ – высота балки.

На основании выражений (54) и (55) с учетом $\psi = 1,03$ максимальный прогиб ПНБ записывается



$$\begin{aligned}
 y_{\max(x=l/2)} &= \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI} (0,04448 - 0,022 \cdot 1,030) = \\
 &= 0,02182 \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x}. \quad (56)
 \end{aligned}$$

Эффективность предварительного напряжения определим, если разделим прогиб от усилий внешней нагрузки на суммарный прогиб ПНБ:

$$\zeta = 0,04448 / 0,02128 = 2,038.$$

Сделаем следующие выводы:

1. Сжимающее усилие N_o , появляющееся на стадии изготовления ПНБ, практически не оказывает влияния на величину выгиба ($y_m \psi$), вызванного моментом усилий предварительного напряжения.

2. Решающее влияние на величину выгиба оказывает момент усилий предварительного напряжения M_o , который снижает прогиб ПНБ в два раза. Таким образом, выражение максимального прогиба y_{\max} можно получить путем интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси $d^2 y / dx^2 = -M / EI_x$ с учетом того, что выгиб y_m создается моментом усилий предварительного напряжения M_o , а прогиб y_q – моментом внешних нагрузок M_q .

$$y = y_m - y_q = \frac{M_o \cdot 1,7466}{2 \cdot EI_x} (x^2 - lx) - \frac{q}{EI_x} \left(\frac{lx^3}{12} - \frac{x^4}{24} - \frac{l^3 x}{24} \right). \quad (57)$$

Полученная формула справедлива для определения прогибов балок, шарнирно закрепленных в опорных узлах.

В том случае, когда ПНБ используются в качестве ригеля рам с жестким сопряжением балок и колонн, выражение прогиба следует определять с учетом появляющегося опорного момента M_{op} . Применяя принцип независимости действия сил, расчленим задачу о прогибах балки, жестко закрепленной на опорах, нагруженной в соответствии с рис. 2, а на две задачи: задачу о прогибах балки, шарнирно закрепленной на опорах, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой (рис. 2, в), и задачу о прогибах шарнирно закрепленной балки, нагруженной в опорных узлах моментами, равными опорным моментам M_{op} (рис. 2, г). Опорный момент M_{op} находится из условия равенства поворотов поперечного сечения $\theta = dy / dx$ предварительно напряженной балки, находящейся под воздействием равномерно распределенной нагрузки и опорных моментов (рис. 2, в, г).

Из рис. 2, б, г следует, что прогибы от усилий предварительного



напряжения и опорного момента совпадают по направлению. Можно предположить, что суммарный прогиб ПНБ, жестко закрепленной на опорах, будет снижаться еще в большей степени по сравнению с прогибами предварительно напряженной шарнирно закрепленной балки.

Опорный момент M_{op} вызывает выгиб балки

$$y_{m.op} = \frac{M_{op}}{2EI_x} (x^2 - lx) = \frac{ql^2}{12} \frac{(x^2 - lx)}{2EI_x}. \quad (58)$$

Следовательно, суммарный прогиб на основании принципа суперпозиции в предположении упругой работы материала балки записывается

$$y = \frac{M_o 1,7466}{2EI_x} (x^2 - lx) + \frac{ql^2 (x^2 - lx)}{24EI_x} - \frac{q}{EI_x} \left(\frac{lx^3}{12} - \frac{x^4}{24} - \frac{l^3 x}{24} \right) = \\ = y_m + y_{m.op} - y_q. \quad (59)$$

Максимальный прогиб фиксируется на расстоянии $x = l/2$ от опорного узла

$$y_{max(x=l/2)} = -\frac{1,7466 M_o l^2}{8EI_x} - \frac{M_x l^2}{12EI_x} + \frac{5 M_x l^2}{48 EI_x}. \quad (60)$$

Как и при решении задачи о прогибах шарнирно закрепленных балок, момент внешних нагрузок M_x приравняем моменту внутренних усилий $M_x = 0,427 A^{3/2} R_y \sqrt{n_w}$. В этом случае выгиб, вызванный опорным моментом:

$$y_{m.op} = \frac{M_x l^2}{12EI_x} = 0,03558 \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x}. \quad (61)$$

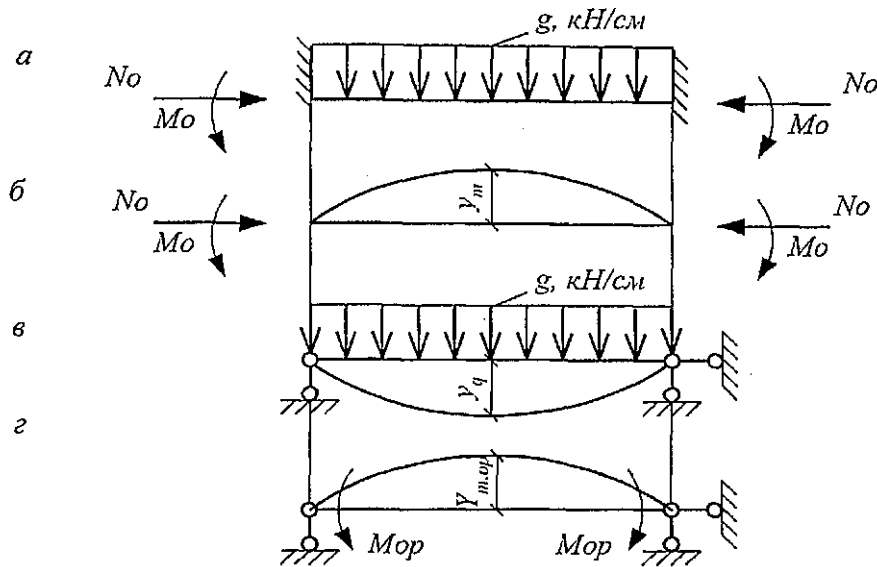


Рис. 2. Схема нагружения ПНБ:

a – нагрузки, приложенные к ПНБ; *б* – прогибы и усилия предварительного напряжения; *в* – внешние нагрузки и прогибы при условии шарнирного закрепления опорных узлов ПНБ; *г* – опорный момент M_{op} внешней нагрузки и прогибы, им вызванные

Принимая прогибы y_q и y_m по зависимостям (54) и (55), суммарный прогиб ПНБ, жестко закрепленной на опорах, запишем в виде

$$y_{\max(x=l/2)} = \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x} (0,04448 - 0,022 - 0,03558) = 0,0131 \frac{R_y l^2 A^{3/2} \sqrt{n_w}}{EI_x}. \quad (62)$$

Зависимость (62) свидетельствует о том, что опорный момент M_{op} совместно с моментом усилий предварительного напряжения M_o создают выгиб ($y_m + y_{m.op}$), превосходящий прогиб y_q , вызванный внешней нагрузкой. Прогиб y_q оказывается меньше суммарного выгиба от опорного момента и момента усилий предварительного напряжения, и балка в конечном итоге будет выгнута в сторону, противоположную вектору внешних нагрузок.

Отсчитывая прогиб от горизонтали, можно утверждать, что в балках, жестко закрепленных в опорных узлах и нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, предварительные напряжения снижают

прогиб на величину $\psi_1 = y_m / (y_q - y_{m.op}) = 0,022 / (0,04448 - 0,03558) = 2,472$ или на 247,2 %.

Поскольку равномерно распределенная нагрузка является модификацией сосредоточенных нагрузок, есть основание утверждать, что изложенная методология определения прогибов ПНБ может быть распространена на случаи, когда они нагружаются другими видами нагрузок.

Преимущества тонкостенных предварительно напряженных металлических конструкций

Формирование поперечного сечения тонкостенных металлических строительных конструкций связано с решением основной задачи оптимального проектирования – создания конструкций, обладающих минимальной массой и стоимостью с одновременным обеспечением максимальной несущей способности.

Установлено [7], что толщина стенки стальных балок и колонн, предварительно напряженных вытяжкой их стенки, может не превышать $h/(200-300)$ в противовес толщине стенок обычных конструкций, у которых $t_w = h/(180-100)$, где h – высота поперечного сечения конструкций.

Проанализируем влияние геометрических размеров (h, t_w) и параметров ($I_x, W_x, r_x, n_w, S_x, I_y$) стенки и всего сечения на несущую способность конструкций.

Доля воспринимаемого стенкой балки момента внутренних усилий, характеризующих несущую способность, составляет:

- в обычных монометаллических балках $M_{s.ob} = 0,0833 RAh$;
- в обычных биметаллических балках $M_{s.ob.1} = 0,11457 RAh$;
- в балках, предварительно напряженных продольной вытяжкой стенки, $M_{s.ПНБ} = 0,08715 RAh$.

Сопоставление приведенных значений свидетельствует о том, что стенка обычной монометаллической балки и ПНБ участвуют в восприятии внешнего изгибающего момента практически одинаково ($0,08715/0,0833 = 1,0452$). Однако это при том, что несущая способность ПНБ, характеризуемая зависимостью $0,427RA (An_w)^{1/2}$, в 1,8 раза выше несущей способности сопоставляемой балки [7]. Стенка же биметаллической балки без предварительного напряжения воспринимает нормальные напряжения, превосходящие соответствующие напряжения ПНБ, в 1,3 раза ($0,11457/0,08715$). При этом следует учесть, что несущая способность обычной биметаллической балки меньше соответствующей способности ПНБ в 1,55 раза [7]. Отметим здесь же, что стенка обычной биметаллической балки на 30 % напряжена больше, чем стенка ПНБ, и, следовательно, при одинаковых гибкостях местная



устойчивость ее будет меньше. С другой стороны, из условия восприятия одинаковых нормальных напряжений толщина стенки обычной биметаллической балки должна быть в 1,3 больше.

Вместе с тем очевидно и то, что доля момента внешних нагрузок, воспринимаемых стенкой, составляет 35 % в обычных монометаллических балках, 13 % – в ПНБ и 18,6 % – в простых биметаллических балках.

Эффективность биметаллических балок в том, что основная роль в восприятии внешних нагрузок отведена поясам из высокопрочной стали. Стенка же в основном воспринимает сдвигающие напряжения. Оценивая их по формуле Журавского ($Q S_x / I_x t_w < 0,56 R_y$), можно сказать, что плечо внутренней пары ПНБ – $I_x / S_x = 0,911h$, обычных балок – $I_x / S_x = 0,765h$ [7]. Это означает, что стенка ПНБ способна воспринимать касательные напряжения в 1,2 раза ($0,911/0,765$), превышающие соответствующие касательные напряжения обычной биметаллической балки.

Весьма важна тонкостенность изгибаемых конструкций при оценке их устойчивости из плоскости действия внешних нагрузок. Оказывается, что с увеличением толщины стенки момент инерции сечения I_y относительно осей y - y практически не меняется, но резко увеличивается площадь сечения. Это приводит к снижению радиуса инерции $r_y = (I_y / A)^{1/2}$ и увеличению гибкости $\lambda_y = l / r_y$. Последний параметр оказывает негативное влияние на устойчивость центрально или внецентренно нагруженных стержней.

Таким образом, снижение толщины стенки за счет ее предварительного напряжения приводит к тому, что основная внешняя нагрузка будет восприниматься поясами из высокопрочной стали, напряженность стенки будет снижена, местная устойчивость увеличится, снизится гибкость стенки, что в конечном итоге приведет к увеличению эффективности и несущей способности предварительно напряженных конструкций.

Теоретические и экспериментальные исследования предварительно напряженных стержней позволяют рекомендовать их в качестве разрезных, шарнирно закрепленных балок покрытий и перекрытий связевых каркасов многоэтажных зданий общественного и административного назначения; ригелей зданий промышленного и сельскохозяйственного назначения при шарнирном и жестком сопряжении с колоннами; прогонов покрытий с холодными и теплыми кровлями во всех климатических районах центра Азиатско-Тихоокеанского региона; балок рабочих площадок жилых, административных и промышленных зданий; балок, поддерживающих инженерные конструкции (бун-

кера, силосы, резервуары, галереи и т. д.); колонн, шарнирно-закрепленных в основании, внешние нагрузки в которых создают одностороннюю эпюру моментов (рамы каркасов одноэтажных, однопролетных бескрановых зданий промышленного назначения, стойки, поддерживающие бункера, силосы, галереи и т. д., рамы под котлы или реакторы зданий тепло- и атомной энергетики, стойки трамплинов, фахверковые стойки промзданий, колонны рабочих площадок, колонны мостовых переходов, виадуков, перронов).

Библиографические ссылки

1. *Беленя Е. И.* Предварительно напряженные металлические несущие конструкции. М., 1963.
2. *Бибнева Г. Б.* Выносливость предварительно напряженных балок // Доклады III Международной конференции по предварительно напряженным конструкциям. Л., 1973. Т. 1.
3. *Бирюлев В. В.* Металлические конструкции с регулированием напряжений. Новосибирск, 1978.
4. *Вахуркин В. М.* Предварительно напряженные стальные конструкции // Материалы по стальным конструкциям. Вып. 2 / Проектстальконструкция. М., 1958. № 2.
5. *Вахуркин В. М.* Предварительно напряженные стальные конструкции (область применения и основные направления развития) // Металлические конструкции: Сб. трудов / ЛИСИ. Л., 1962. № 43.
6. *Зевин А. А., Стефановский В. А.* Предварительно напряженные металлические балки // Доклады III Международной конференции по предварительно напряженным металлическим конструкциям Л., 1973. Т. 1.
7. *Кравчук В. А.* Металлические строительные конструкции, предварительно напряженные продольной деформацией стенки: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. СПб., 1998.
8. *Лубински М., Карчевски Я.* Предельные нагрузки стальных балок, предварительно напряженных без затяжек // Доклады III Международной конференции по предварительно напряженным металлическим конструкциям. Л., 1971. Т. 1.
9. *Мельников Н. П.* Металлические конструкции. Современное состояние и перспективы развития. М., 1983.
10. *Пуховский А. Б.* Предварительно напряженные металлические конструкции для сейсмических районов: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1987.
11. *Тимошенко С. П.* Сопротивление материалов. М., 1972.